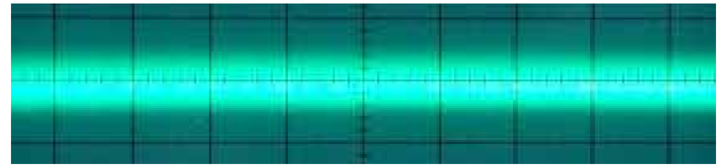
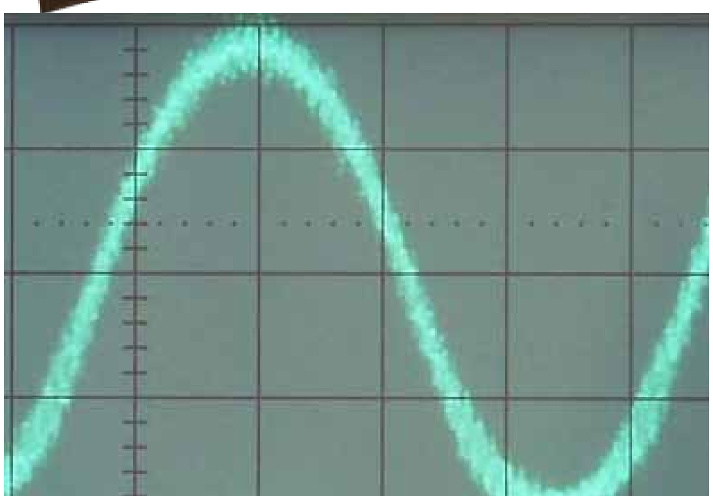
Rumore Elettronico

- *manifestazioni del rumore elettronico*
- strumenti analitici per lo studio del rumore
- rumore dei resistori e degli OpAmp

Il Rumore Elettronico



Impostando il guadagno verticale dell'oscilloscopio al massimo, senza segnale in ingresso, la traccia non è nitida e mostra flutuazioni casuali.



Il rumore elettronico provoca variazioni istantanee rapide e di entità contenuta della tensione.

Anche in presenza di deboli segnali all'ingresso, la traccia evidenzia la presenza di "flutuazioni" casuali attorno al livello di segnale

Rumore su Segnali Audio

Il rumore elettronico limita la “qualità” dei segnali elettrici. Si manifesta in pratica deteriorando le prestazioni di tutti i sistemi elettronici.

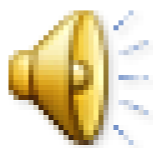
Segnali audio:

La presenza di rumore sui segnali audio si manifesta come un fastidioso fruscio di sottofondo.

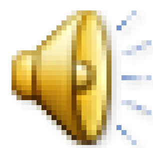
Il segnale audio HiFi (High Fidelty) è caratterizzato da elevatissimo Rapporto Segnale/Rumore (SNR).

SNR HiFi > 100 dB   (Segnale / Rumore > 10^5)

Esempi:



SNR = 80dB



SNR = 20dB

SNR = 0dB

Rumore su Segnali Video

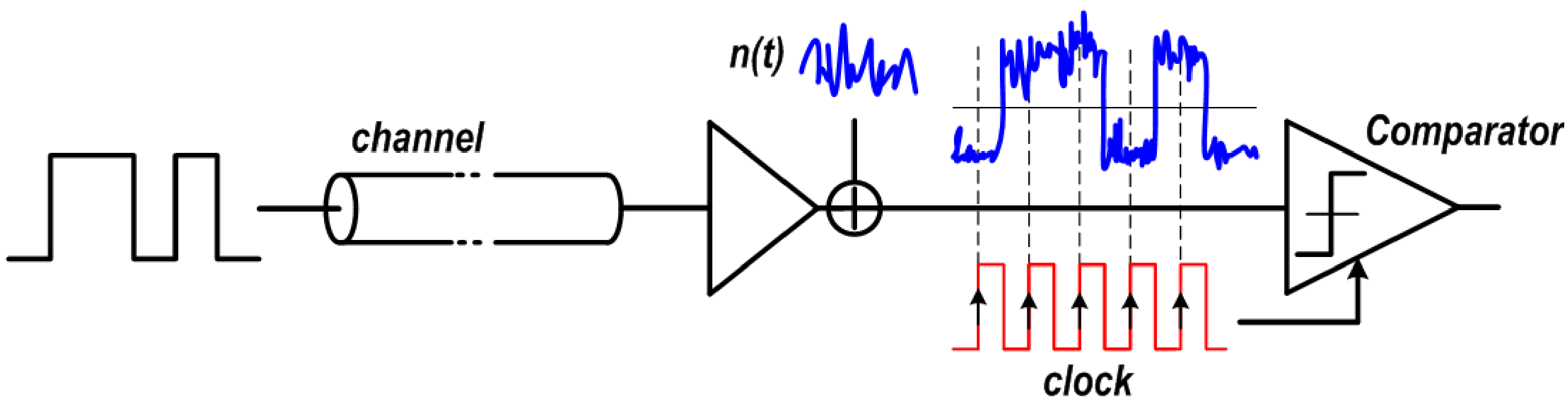
In segnali televisivi, il rumore limita la qualità delle immagini. In segnali televisivi analogici, il rumore si manifesta come “granuli e puntini” sovrapposti all’immagine. Per avere immagini di buona qualità è necessario SNR > 50dB

In segnali video digitali le informazioni di colore e intensità sono codificate in modo numerico (bits).

Il rumore può corrompere completamente alcune parti dell’immagine

Rumore nelle Comunicazioni Digitali

Anche nel trasferimento di dati digitali il rumore gioca un ruolo fondamentale:
- Reti LAN (ethernet)
- Collegamento di periferiche al processore (RAM, ROM, Dischi, …)
- Collegamento di periferiche al PC (monitor, stampante, telecamera…)
- Comunicazioni wireless (Telefoni cellulari, WiFi, Bluethoot)

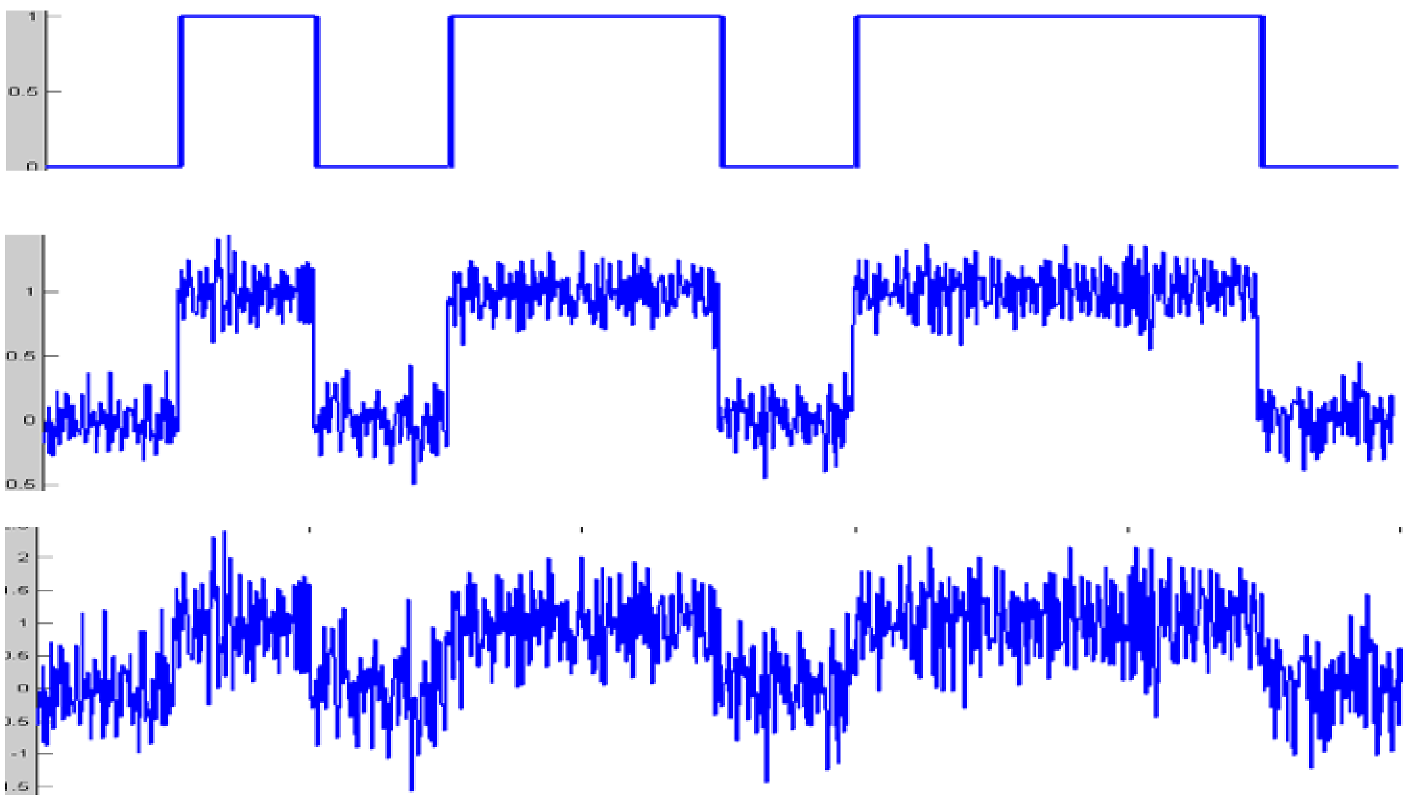


I segnali elettrici trasmessi codificano un livello logico (0, 1). I segnali ricevuti sono attenuati dal canale di trasmissione e vi è sovrapposto il rumore elettronico, introdotto dal canale, dai circuiti di trasmissione e ricezione.

Il ricevitore deve "decidere" quale livello logico è stato trasmesso tramite un comparatore. Il rumore sovrapposto al segnale può portare a decisioni sbagliate, corrompendo completamente i "bit"

Rumore nelle Comunicazioni Digitali

Esempio di segnale digitale trasmesso e ricevuto:

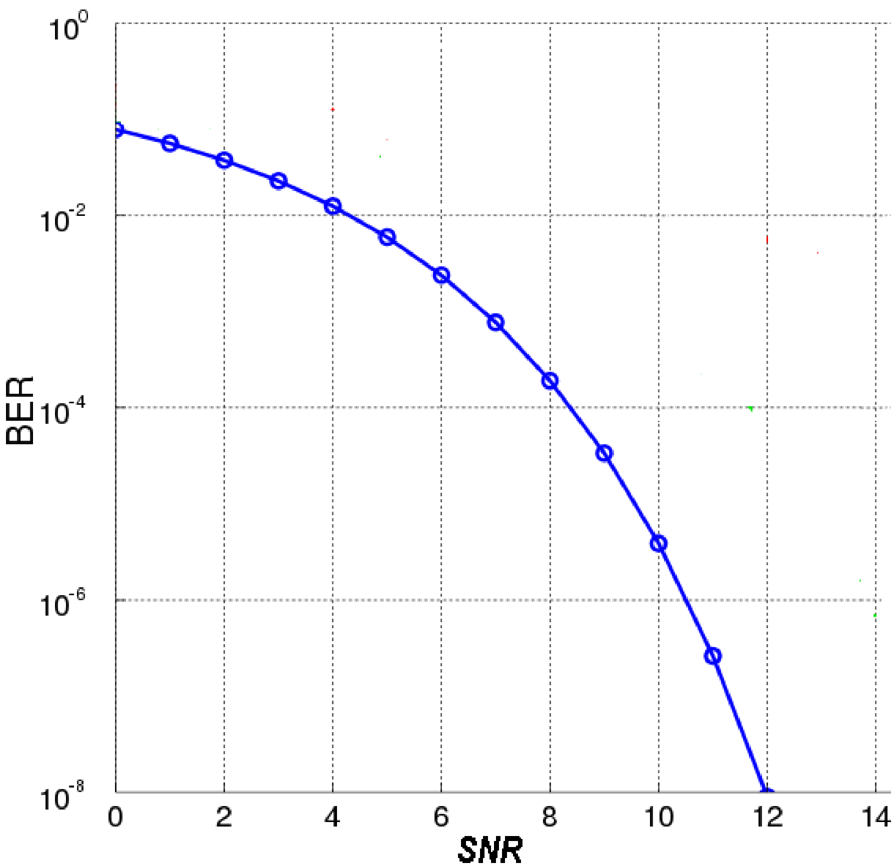


ideale

SNR = 10dB

SNR = 0dB

Rumore nelle Comunicazioni Digitali



La presenza di rumore comporta la stima errata di alcuni dei bit ricevuti.

Maggiore è l'intensità di rumore e maggiore è la probabilità di sbagliare un bit (e quindi la frequenza degli errori)

Bit Error Rate (BER) = 10^{-3} significa mediamente un bit sbagliato su 1000 bit ricevuti

Le comunicazioni su cavo richiedono tipicamente BER < 10^{-12} (error_free)
Le comunicazioni Wireless richiedono BER < 10^{-4}

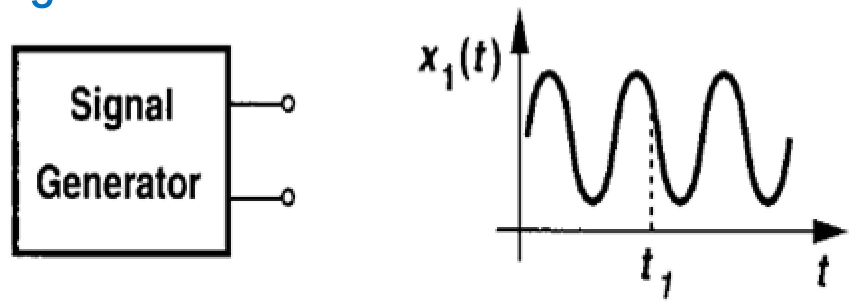
Rumore Elettronico

- manifestazioni del rumore elettronico
- *strumenti analitici per lo studio del rumore*
- rumore dei resistori e degli OpAmp

Segnali Deterministici e Casuali

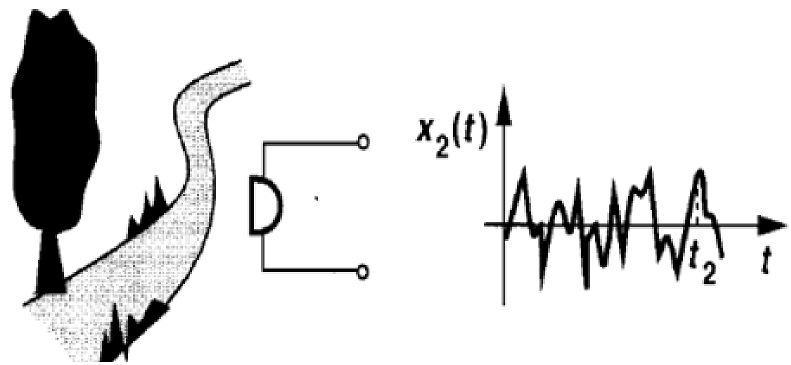
Segnale *__deterministico__*: noto il valore ad un certo istante temporale, possiamo prevedere perfettamente tutti i valori che assumerà in futuro.

segnale sinusoidale



Segnale *__casuale o aleatorio__*: anche se conosciamo il valore ad un certo istante temporale, non possiamo fare previsioni sui valori futuri

segnale di un microfono vicino ad un fiume



Il RUMORE ELETTRONICO è un segnale casuale.

Sappiamo bene caratterizzare i segnali deterministici (sinusoide: ampiezza, frequenza, fase)

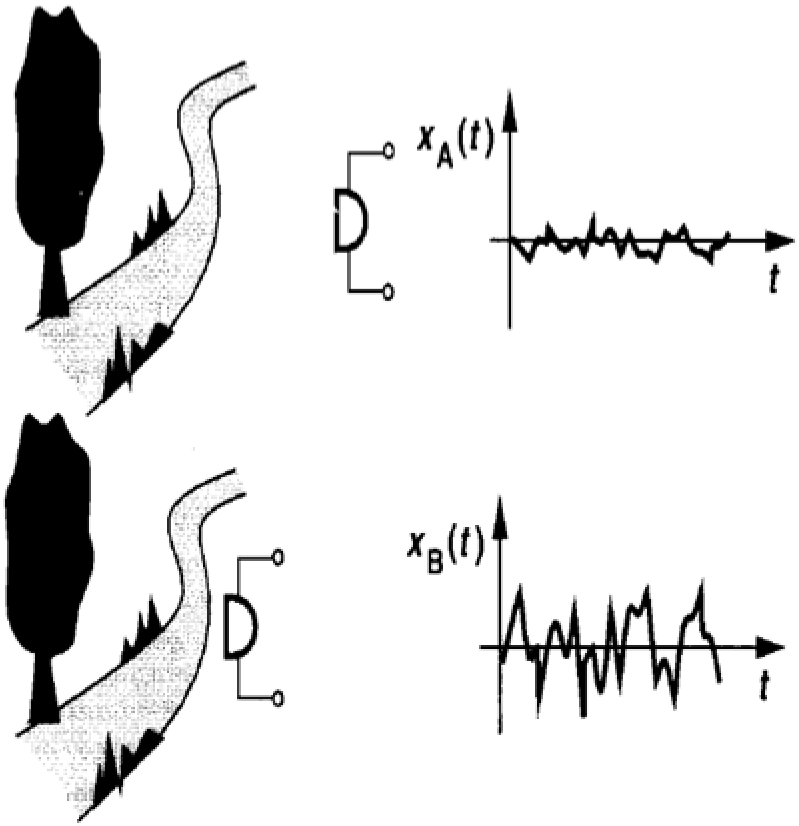
Come possiamo caratterizzare e quantificare i segnali casuali ?!?!

Potenza Media

Alcune proprietà dei segnali casuali possono essere note e prevedibili a priori. Un esempio è la Potenza Media.

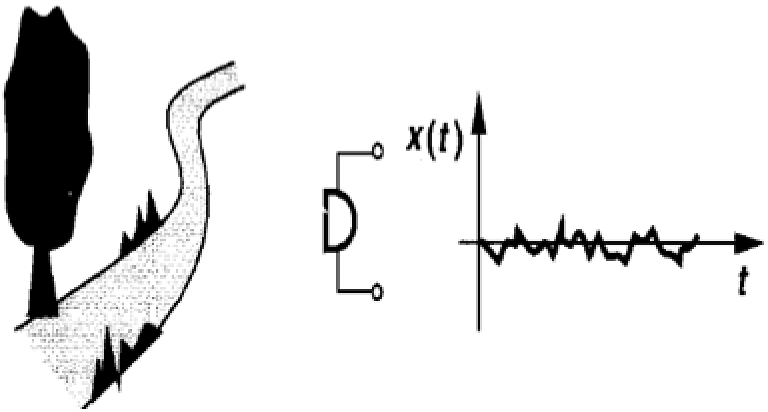
Possiamo prevedere con certezza il fatto che, se avviciniamo il microfono al fiume, la potenza media del segnale sarà certamente più elevata.

Se il microfono è connesso ad un carico e X(t) rappresenta la tensione ai suoi capi:



$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{X^2(t)}{R_L}\, dt \quad [\mathrm{Watt}]$$

Potenza Media Normalizzata



$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{X^2(t)}{R_L}\, dt \quad [\text{Watt}]$$

Possiamo generalizzare, evitando di dividere per la ipotetica resistenza di carico:

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X^2(t)\, dt \quad [\text{V}^2]$$

Per conoscere la potenza in [Watt] dobbiamo <u>*dividere*</u> questo valore per la resistenza di carico a cui viene connesso il microfono

Se X(t) rappresenta la corrente erogata dal microfono:

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X^2(t)\, dt \quad [\text{A}^2]$$

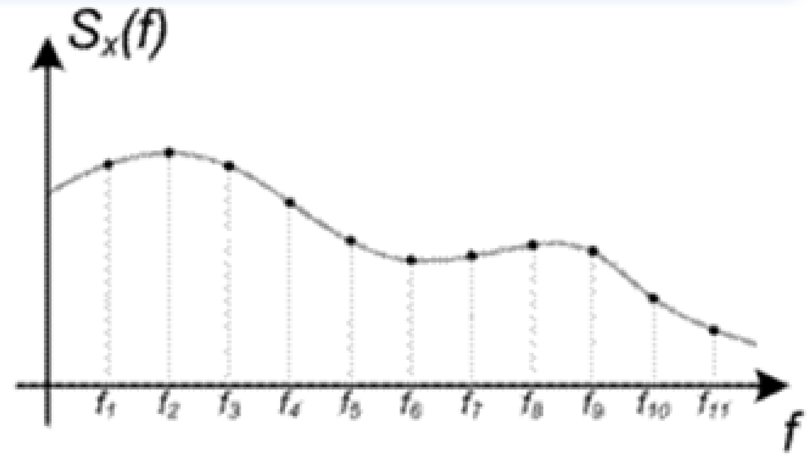
Per conoscere la potenza in [Watt] dobbiamo <u>*moltiplicare*</u> questo valore per la resistenza di carico a cui viene connesso il microfono

Le potenze cosi definite rappresentano le potenze in [Watt] dissipate su un resistore da 1 ohm $\rightarrow$ potenze normalizzate

Densità Spettrale di Potenza (PSD)

La densità spettrale di potenza (PSD = Sx(f)) è un'altra caratteristica dei segnali casuali che in generale è nota e prevedibile.

Sx(f) indica come è distribuita in frequenza la potenza del segnale aleatorio X(t).



Sx(f) permette di analizzare i fenomeni di rumore nel dominio della frequenza, cosi come la Trasformata di Fourier permette di farlo per i segnali deterministici

Sx(f) si misura in V^2/Hz o A^2/Hz a seconda che X (t) sia una tensione o una corrente

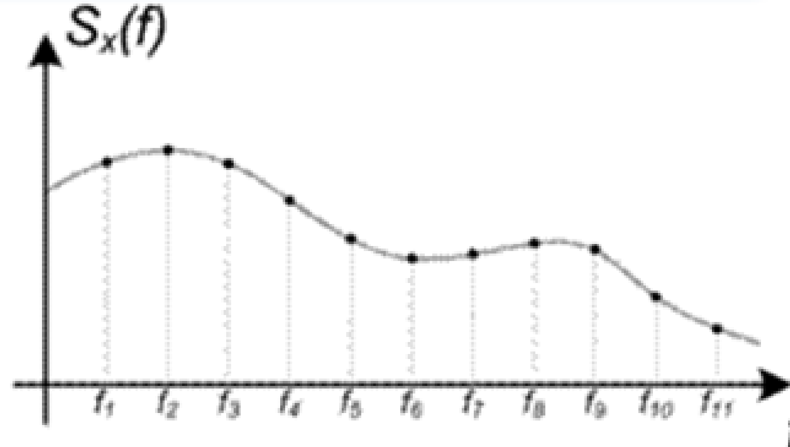
La potenza di X(t) <u>*contenuta nella banda f_1-f_2*</u> posso calcolarla come:

$$P_{f_1-f_2} = \int_{f_1}^{f_2} S_X(f)\,df \quad [V^2] \text{ or } [A^2]$$

La potenza <u>*totale*</u> di X(t) posso calcolarla come:

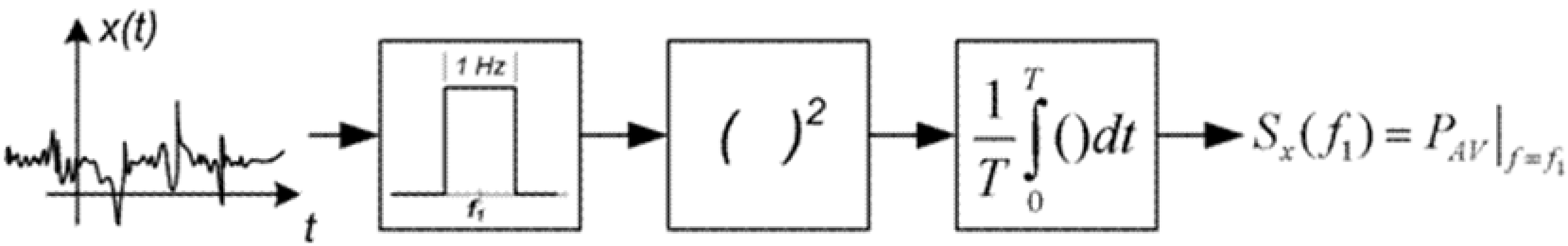
$$P = \int_{0}^{\infty} S_X(f)\,df \quad [V^2] \text{ or } [A^2]$$

Determinazione Sperimentale della PSD



Per misurare la PSD lo "Spectrum Analyzer" è uno strumento costituito da:

-un filtro con banda di 1 Hz centrato alla frequenza f
-un misuratore di potenza (elevamento al quadrato e integrazione)



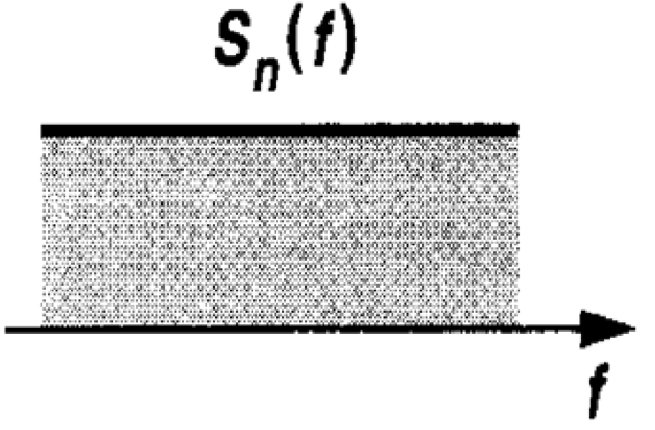
Regolando la frequenza centrale del filtro è possibile misurare, frequenza per frequenza, la potenza del segnale X(t). L'operazione viene eseguita automaticamente dallo strumento

Rumore Bianco

Se la densità spettrale di potenza del rumore è *costante in frequenza*, il rumore viene definito "*Rumore Bianco*"

Il rumore bianco è molto frequente in tutti i sistemi e circuiti elettronici:

- rumore generato dall'agitazione termica dei portatori in resistenze e MOSfets
- rumore delle giunzioni PN

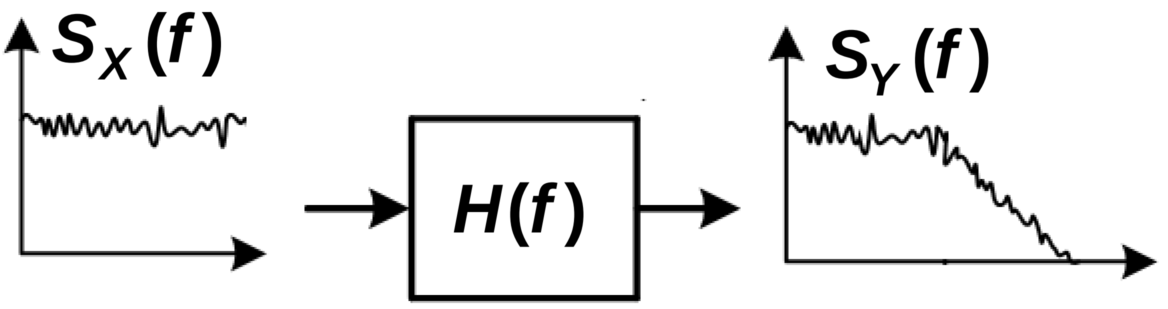


N.B.: il rumore bianco è solo una approssimazione. In pratica non possono esistere sorgenti di rumore veramente bianco (costante da f=0 a f=inf.) perché implicherebbe potenza infinita.

In pratica il rumore è considerato "bianco" se la densità spettrale di potenza è costante nella banda di interesse (e.g. banda passante di un amplificatore, banda di in filtro…)

Rumore Attraverso Quadripoli Lineari

Per analizzare i circuiti elettronici nel dominio della frequenza con segnali deterministici utilizziamo la Funzione di Trasferimento *H(f).*



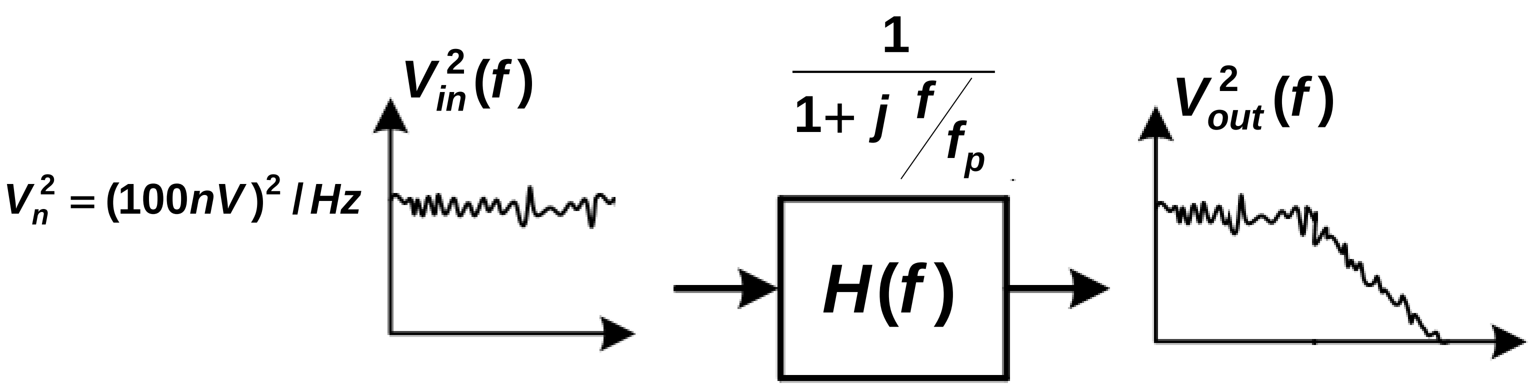
Se un segnale aleatorio con densità spettrale di potenza *Sx(f)* viene applicato all'ingresso di un quadripolo lineare con funzione di trasferimento *H(f)*, la densità spettrale di potenza all'uscita Sy(f) vale:

$$S_Y(f) = |H(f)|^2 \times S_X(f)$$

Esercizio 1

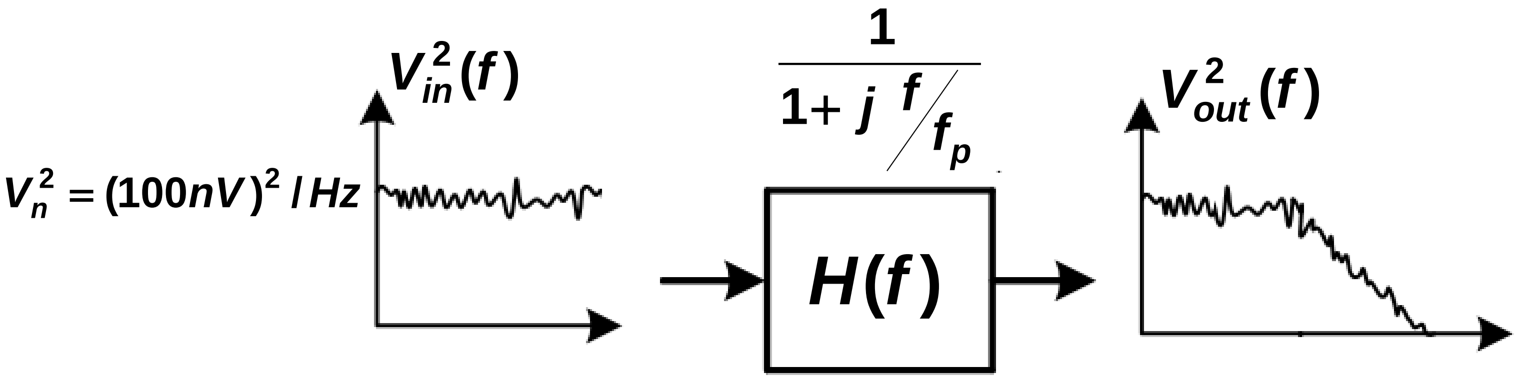
Una tensione rumorosa con densità spettrale costante (bianca) di V_n^2=(100nV)^2/Hz viene filtrata passa-basso con un polo (*fp*) alla frequenza di 1MHz.

Calcolare l'espressione della densità spettrale di potenza e la potenza totale all'uscita del filtro



$$V_{out}^2(f) = V_{in}^2(f)\left|\frac{1}{1+j\,f/f_p}\right|^2 = V_n^2\,\frac{1}{1+\left(f/f_p\right)^2}$$

Esercizio 1



$$V_{out}^2(f) = V_{in}^2(f)\left|\frac{1}{1+j\,f/f_p}\right|^2 = V_n^2\frac{1}{1+\left(f/f_p\right)^2}$$

$$V_{out}^2 = V_n^2\int_0^{\infty}\frac{1}{1+\left(f/f_p\right)^2}df = V_n^2\cdot f_p\cdot arctg\left(f/f_p\right)\Big|_0^{\infty} = V_n^2\cdot f_p\cdot\frac{\pi}{2} = (125\,\mu V)^2$$

Rapporto Segnale–Rumore (SNR)

Il rapporto segnale rumore permette di confrontare la potenza di segnale con la potenza di rumore:

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{noise}} \qquad SNR_{dB} = 10\,Log\left(\frac{P_{signal}}{P_{noise}}\right)$$

Se il segnale utile è assunto sinusoidale: $V_{signal}\cos(2\pi f \cdot t)$

$$P_{signal} = \frac{V_{signal}^2}{2 \cdot R_L} \qquad P_{noise} = \frac{1}{R_L}\int_0^{\infty} S_n(f)\,df$$

$$SNR = \frac{V_{signal}^2}{2\int_0^{\infty} S_n(f)\,df}$$

La resistenza di carico (R_L) si semplifica poiché è la stessa per il segnale e per il rumore. Anche se SNR è un <u>*rapporto fra potenze,*</u> è possibile definirlo e misurarlo a prescindere dal carico (R_L)

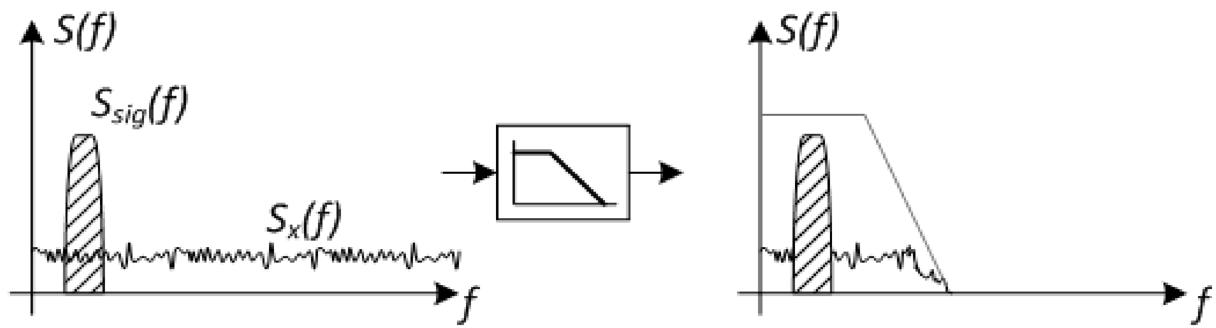
Filtraggio per Migliorare SNR

In generale il segnale utile non è sinusoidale ma è un segnale casuale (es. voce, video…) caratterizzato da una densità spettrale di potenza ($S_{signal}(f)$) su una banda limitata.

Il segnale audio ha PSD nella banda f_1-f_2 = 20Hz – 20KHz
Il segnale telefonico ha PSD nella banda f_1-f_2 = 300Hz – 3400Hz

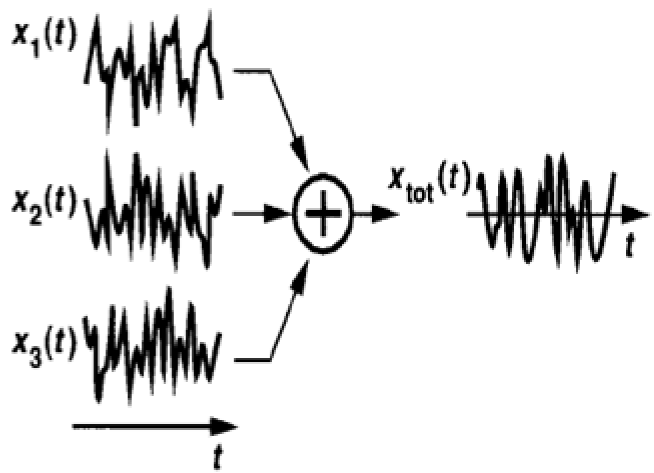
In pratica è opportuno filtrare segnale e rumore per limitare anche la banda (e la potenza) del rumore migliorando l'SNR

$$P_{signal} = \int_{f_1}^{f_2} S_{signal}(f)\,df$$



$$P_{noise} = \int_{0}^{\infty} S_n(f)\,df \qquad\qquad P_{noise} = \int_{0}^{f_1} S_n(f)\,df$$

Rumore Totale con Diverse Sorgenti



In generale il rumore totale di un circuito è il risultato del contributo di diverse sorgenti.

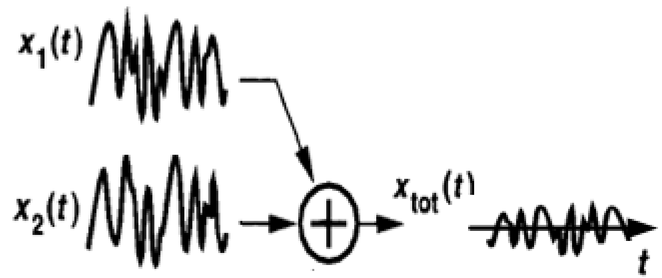
Abbiamo visto che il rumore viene analizzato considerando la potenza (valore quadratico). L’elevamento a potenza è una operazione NON-LINEARE.

Come possiamo stimare l’effetto combinato di diverse sorgenti?

Possiamo applicare la sovrapposizione degli effetti ? (calcolare il contributo quadratico di ogni singola sorgente e poi sommare i singoli risultati?)

Rumore Totale con Diverse Sorgenti

Calcoliamo la potenza media prodotta da due sorgenti di rumore che si sommano:



$$P_{tot} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X_{tot}^2(t)\,dt$$

$$P_{tot} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left(X_1(t) + X_2(t)\right)^2 dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left(X_1^2(t) + X_2^2(t) + 2X_1(t)X_2(t)\right) dt =$$

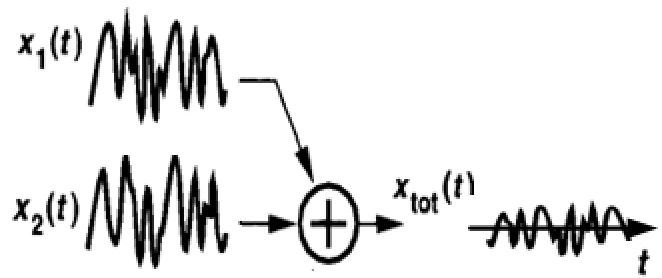
$$= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X_1^2(t)\,dt + \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X_2^2(t)\,dt + \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T 2X_1(t)X_2(t)\,dt =$$

$$= P_1 + P_2 + \boxed{\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T 2X_1(t)X_2(t)\,dt}$$

correlazione

Rumore Totale con Diverse Sorgenti

Calcoliamo la potenza media prodotta da due sorgenti di rumore che si sommano:



$$P_{tot} = P_1 + P_2 + \boxed{\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T 2X_1(t)X_2(t)\,dt}$$

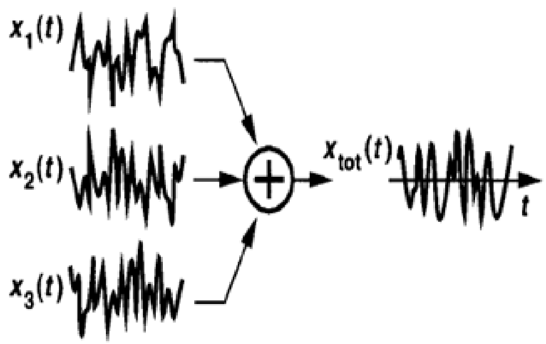
correlazione

L'integrale di correlazione indica quanto "simili" siano i due contributi di rumore.
Se le sorgenti di rumore sono indipendenti, ad esempio generate da due componenti distinti del circuito (ad esempio due diversi resistori), allora sono SCORRELATE.
L'integrale di correlazione è nullo e la potenza totale prodotta dalle due sorgenti coincide con la somma delle singole potenze

Se le sorgenti di rumore sono scorrelate possiamo applicare la sovrapposizione degli effetti sommando le singole potenze per ottenere la potenza totale.

Rumore Totale con Diverse Sorgenti

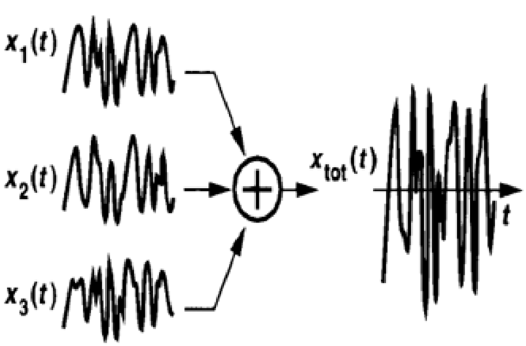
Se le sorgenti sono CORRELATE (caso non particolarmente frequente ma possibile), la potenza totale prodotta da diverse sorgenti puo essere maggiore o minore della somma delle singole potenze a seconda del segno dell'integrale di correlazione



Sorgenti SCORRELATE:

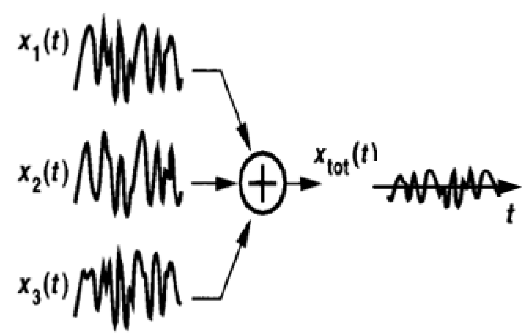
$$P_{tot} = P_1 + P_2 + P_3$$

Sorgenti con CORRELAZIONE positiva



$$P_{tot} > P_1 + P_2 + P_3$$

Sorgenti con CORRELAZIONE negativa



$$P_{tot} < P_1 + P_2 + P_3$$

Esempio di Correlazione Positiva: il Gol

Durante la partita i tifosi allo stadio esultano ed urlano in modo *scorrelato*. Ciascuno tifa in modo indipendente dai compagni, osservando ed incitando giocatori e azioni diverse

Il GOL rende le urla dei tifosi correlate, obbligandoli ad esultare tutti contemporaneamente.

Anche se la potenza media di rumore emessa da ciascun tifoso è la stessa, al GOL la potenza totale di rumore risulta più elevata

Rumore Elettronico

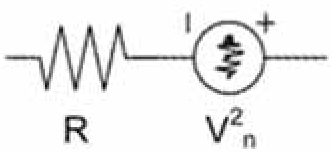
- manifestazioni del rumore elettronico
- strumenti analitici per lo studio del rumore
- *rumore dei resistori e degli OpAmp*

Rumore Elettronico dei Resistori

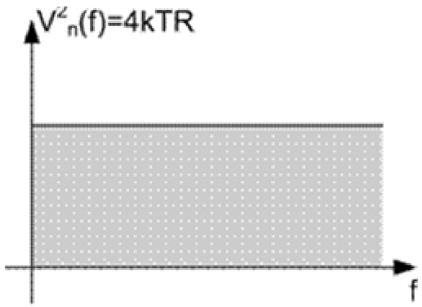
L'agitazione casuale dei portatori (elettroni) in un conduttore, per effetto della temperatura, da luogo ad una fluttuazione della tensione ai capi del conduttore anche in assenza di corrente media.

Siccome questo fenomeno è attivato dall'energia termica, questo rumore elettronico prende il nome di "RUMORE TERMICO".

Il rumore termico introdotto dai resistori è rappresentabile da un generatore di tensione in serie al resistore con densità spettrale di potenza costante in frequenza (rumore bianco) di valore:



$$V_n^2 = 4K_bT \times R \ \left[V^2 / Hz\right]$$

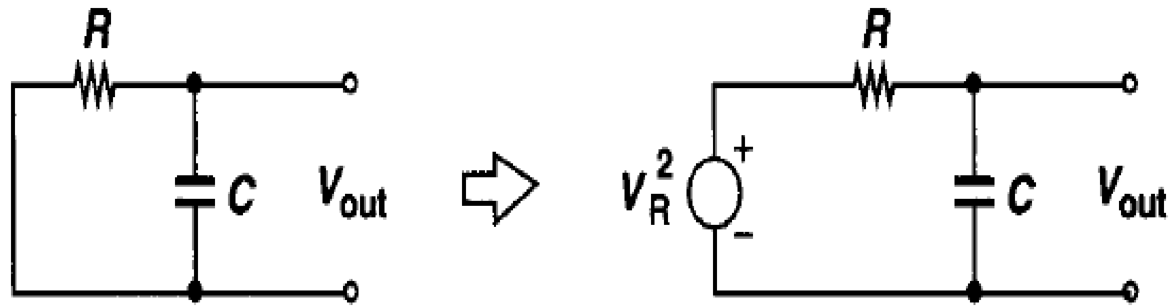


$K_b = 1.38 \; 10^{-23}$, costante di Boltzman
T: temperatura assoluta in gradi Kelvin

Il rumore termico è bianco fino a circa 100THz

Esercizio 2

Dato il circuito RC di figura, calcolare la densità spettrale di potenza e la potenza totale di rumore all'uscita

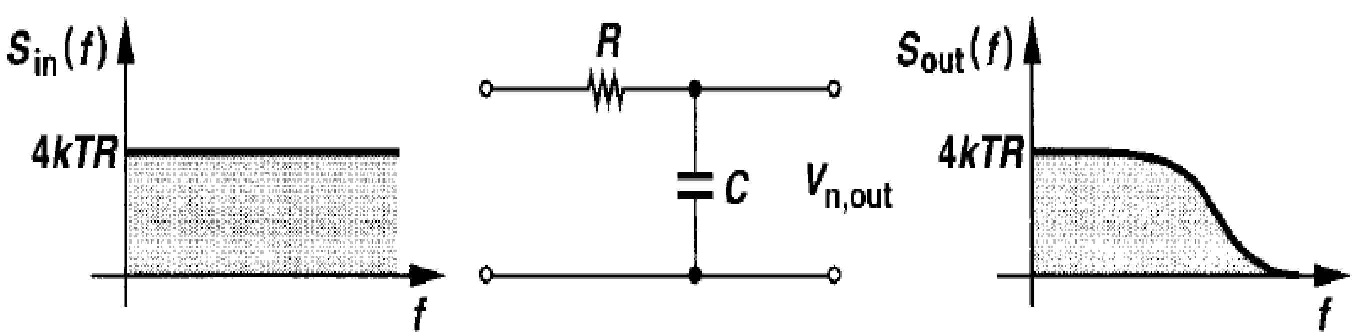


Soluzione:

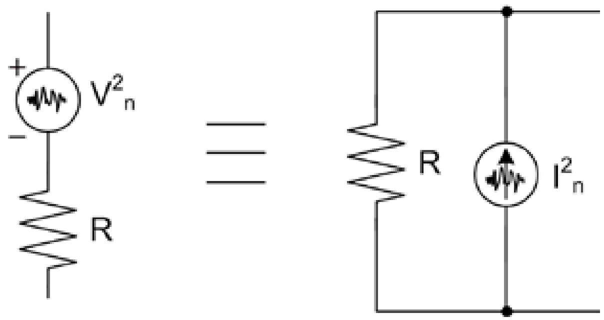
$$\frac{V_{out}}{V_R}(s) = \frac{1}{RCs+1}$$

$$S_{out}(f) = S_R(f)\left|\frac{V_{out}}{V_R}(j\omega)\right|^2 = 4kTR\frac{1}{4\pi^2R^2C^2f^2+1}.$$

$$P_{n,out} = \int_0^{\infty}\frac{4kTR}{4\pi^2R^2C^2f^2+1}df = \frac{kT}{C}.$$



Rappresentazione con Generatore di Corrente



Applicando i teoremi di Thevenin e Norton, possiamo rappresentare il rumore termico anche attraverso un generatore di corrente in parallelo al resistore:

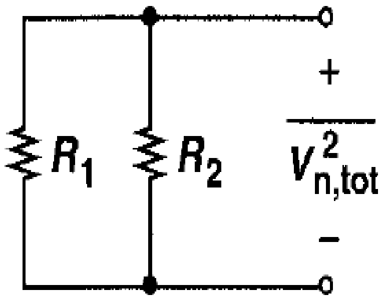
La corrente di Norton coincide con la corrente misurata in corto-circuito.

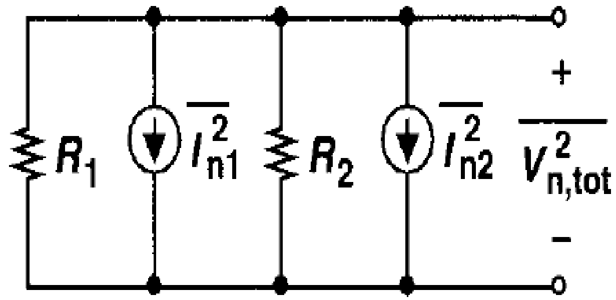
$$I_n = \frac{V_n}{R} \quad \text{Þ} \quad I_n^2 = \frac{V_n^2}{R^2} = \frac{4K_bT \times R}{R^2} = \frac{4K_bT}{R} \quad \left[A^2 / Hz\right]$$

Le due rappresentazioni del rumore termico sono del tutto equivalenti. L’utilizzo di una o dell’altra può semplificare i calcoli, a seconda della configurazione circuitale in cui il resistore è inserito

Esercizio 3

Calcolare la densità spettrale di potenza della tensione di rumore generata dal parallelo di due resistenze





Soluzione:

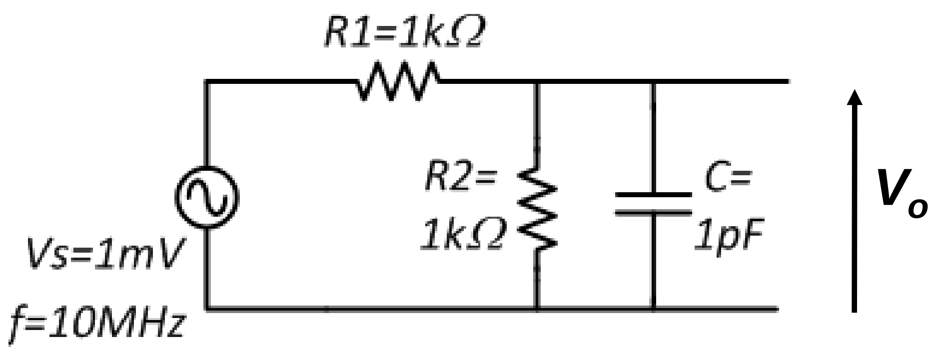
Siccome le due sorgenti sono scorrelate, sommo in potenza i due singoli contributi

$$\overline{I^2_{n,tot}} = \overline{I^2_{n1}} + \overline{I^2_{n2}} = 4kT\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\overline{V^2_{n,tot}} = \overline{I^2_{n,tot}}(R_1 \| R_2)^2 = 4kT(R_1 \| R_2)$$

Esercizio 4

Dato il seguente circuito, calcolare il rapporto segnale-rumore ai terminali di uscita:



Soluzione:

Funzione di trasferimento:

$$\frac{V_o(\omega)}{V_s(\omega)} = \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{1}{1+j\omega(R_1//R_2)C}$$

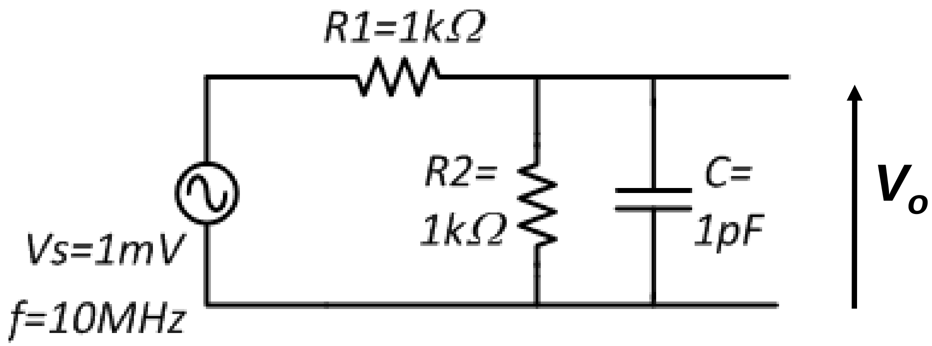
$$\frac{1}{2\pi(R_1//R_2)C} = 320MHz$$

Potenza di segnale all'uscita:

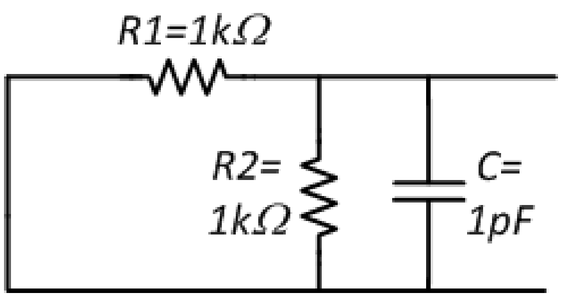
$$V_{0,rms}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1\times10^{-3}}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1.25\times10^{-7}V^2$$

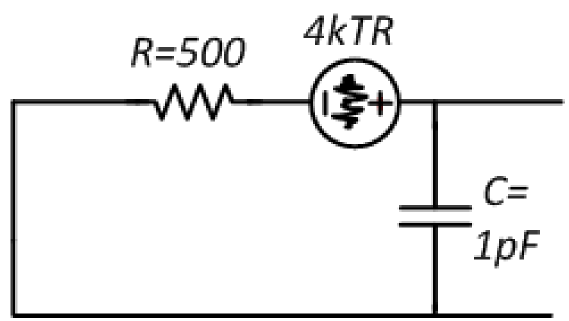
Esercizio 4

Dato il seguente circuito, calcolare il rapporto segnale-rumore ai terminali di uscita:



Rumore integrato all'uscita:



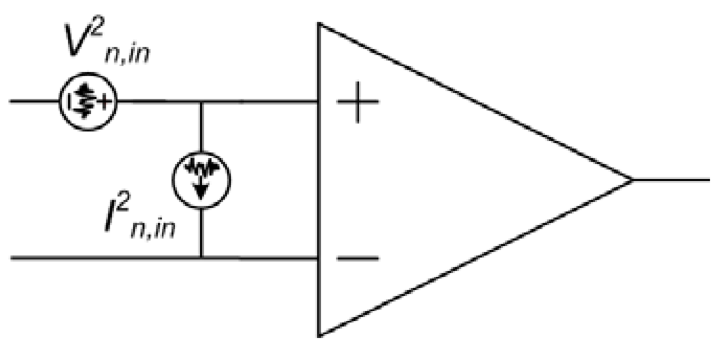


$$V_{n,out}^2 = \frac{kT}{C} = 4.14 \times 10^{-9} V^2$$

$$SNR = 10 Log_{10}\left(\frac{V_{0,rms}^2}{V_{n,out}^2}\right) = 27dB$$

Rumore Elettronico degli OpAmp

Gli amplificatori operazionali sono circuiti complessi costituiti da diversi componenti tra di loro interconnessi (resistori, transistors). Ciascun componente introduce rumore elettronico dando luogo ad un rumore equivalente generato dall'amplificatore.



E' possibile considerare l'OpAmp non rumoroso ed aggiungere all'ingresso una coppia di generatori di rumore (uno di tensione ed uno di corrente) che modellizzano il rumore generato dai componenti interni.

Il generatore di tensione può essere inserito indifferentemente in serie al (+) o al (-). Il segno dei generatori non è significativo

Il valore della *densità spettrale di potenza* o della *potenza integrata* viene fornito nei datasheets.

Nella maggior parte delle applicazioni e per la maggior parte degli amplificatori, il generatore equivalente di corrente produce effetti trascurabili e può essere omesso

Rumore Elettronico degli OpAmp

SGS-THOMSON
MICROELECTRONICS

UA741

GENERAL PURPOSE SINGLE OPERATIONAL AMPLIFIER

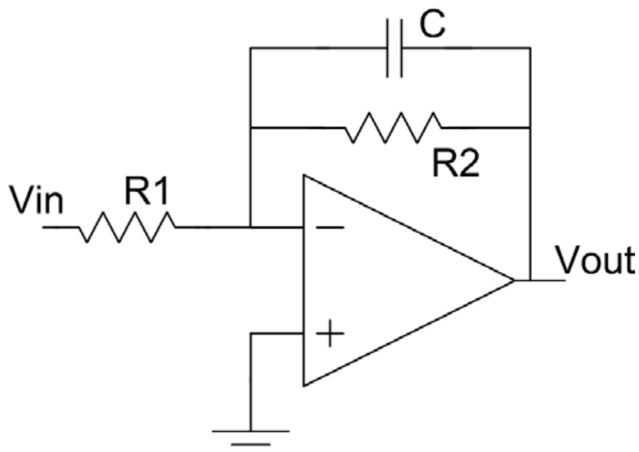
- LARGE INPUT VOLTAGE RANGE
- NO LATCH-UP
- HIGH GAIN
- SHORT-CIRCUIT PROTECTION
- NO FREQUENCY COMPENSATION REQUIRED
- SAME PIN CONFIGURATION AS THE UA709

ELECTRICAL CHARACTERISTICS
$V_{CC} = \pm 15V$, $T_{amb} = +25^{o}C$ (unless otherwise specified)

	$(V_i = 10mV,\ R_L = 2k\Omega,\ C_L = 100pF,\ f = 100kHz)$	0.7	1		
THD	Total Harmonic Distortion $(f = 1kHz,\ A_V = 20dB,\ R_L = 2k\Omega,\ V_O = 2V_{PP},\ C_L = 100pF,\ T_{amb} = 25^{o}C)$		0.06		%
e_n	Equivalent Input Noise Voltage $(f = 1kHz,\ R_s = 100\Omega)$		23		$\frac{nV}{\sqrt{Hz}}$
Øm	Phase Margin		50		Degrees

Esercizio 5

Calcolare la potenza di rumore in uscita e il rapporto segnale-rumore per il seguente circuito. Il segnale di ingresso è sinusoidale con frequenza di 1KHz ed ampiezza di 10mV. Il prodotto banda-guadagno dell'OpAmp è 5 MHz



R2=100kW

R1=10kW

C=160pF

$V_{n,in}$= 50nV/□ Hz

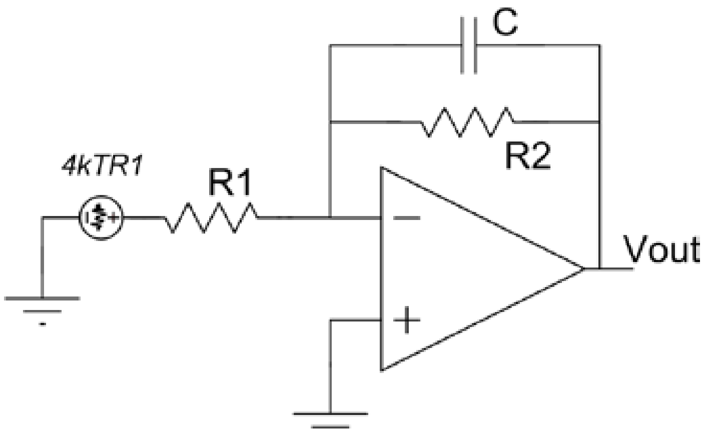
Guadagno di tensione

$$f_p = \frac{1}{2pR_2C} = 10\,KHz$$

$$Vout = -\frac{R_2 // \frac{1}{jwC}}{R_1} Vin = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + jwR_2C} Vin$$

Esercizio 5

Rumore prodotto da R1:



Il rumore in tensione di R1 vede una configurazione non-invertente:

$$\left. V_{n,out}^2 \right|_{R1} = 4k_BT \cdot R_1 \left(-\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1+j\omega R_2 C} \right)^2$$

$$= 4k_BT \cdot R_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \left(\frac{1}{1+j\omega R_2 C} \right)^2$$

Il rumore di R1 viene amplificato (del fattore R2/R1) e filtrato passa-basso con un polo. Il rumore integrato possiamo calcolarlo immediatamente come (*vedi esercizio 1*):

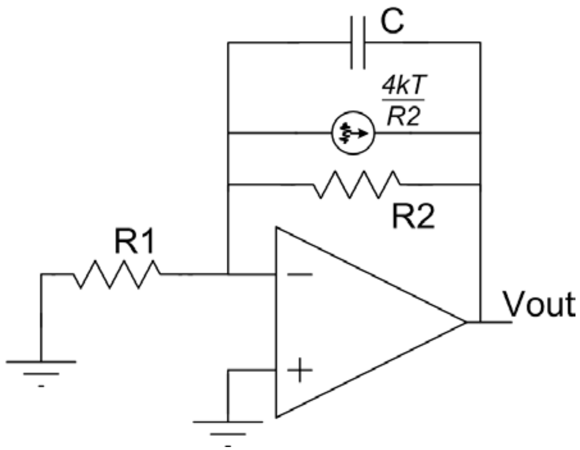
$$\left. V_{n,out}^2 \right|_{R1,\,\text{integrato}} = 4k_BT \cdot R_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot R_2 C} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \cdot \frac{k_BT}{C}$$

$$= 4 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{100\text{k}}{10\text{k}} \right)^2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 160 \cdot 10^{-12}} =$$

$$= 0.26 \cdot 10^{-9}\ \text{V}^2 = (16.1\,\mu V)^2$$

Esercizio 5

Rumore prodotto da R2:



Conviene rappresentare il rumore con generatore di corrente. Grazie al feedback, la tensione sull'ingresso invertente è nulla (virtual ground)

$$\left.V_{n,out}^2\right|_{R2} = \frac{4k_BT}{R_2}\cdot\left(Z_2\right)^2 = \frac{4k_BT}{R_2}\left(R_2 \,//\, \frac{1}{j\omega C}\right)^2 =$$

$$= \frac{4k_BT}{R_2}\left(\frac{R_2}{1+j\omega R_2 C}\right)^2 = 4k_BT\cdot R_2\left(\frac{1}{1+j\omega R_2 C}\right)^2$$

Il rumore di R2 viene filtrato passa-basso con un polo.

Il rumore integrato possiamo calcolarlo immediatamente come (*vedi esercizio 1*):

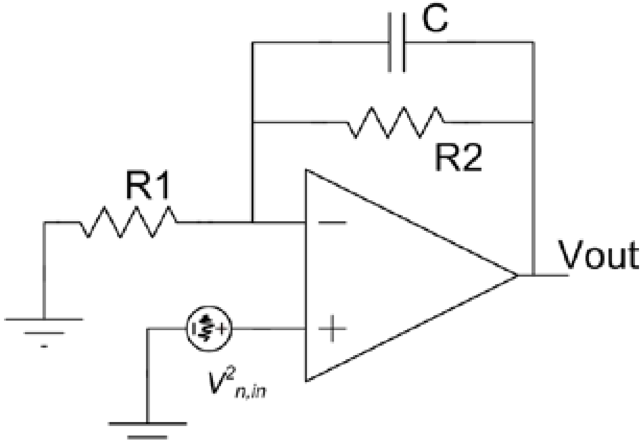
$$\left.V_{n,out}^2\right|_{R2,\,integrato} = 4k_BT\cdot R_2\cdot\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2\pi\cdot R_2 C} = \frac{k_BT}{C}$$

$$= 4\cdot 1.38\cdot 10^{-23}\cdot 300\cdot 100\cdot 10^{3}\cdot\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2\pi\cdot 100\cdot 10^{3}\cdot 160\cdot 10^{-12}} =$$

$$= 0.026\cdot 10^{-9}\ \mathrm{V}^2 = (5.1\mu V)^2$$

Esercizio 5

Rumore prodotto dall'op-amp



Inserisco il generatore di rumore equivalente in serie all'ingresso positivo. Il rumore vede una configurazione NON-INVERTENTE

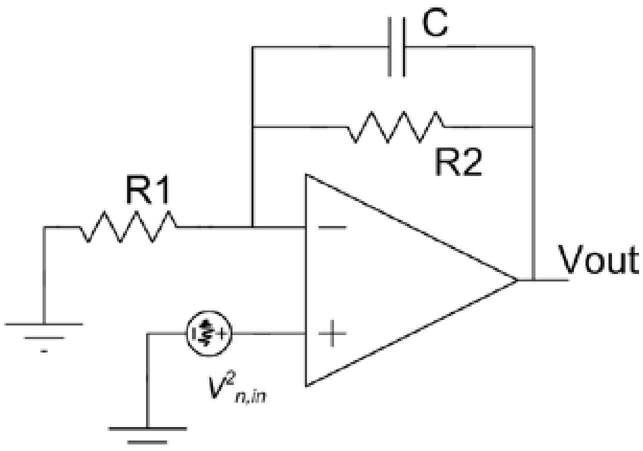
$$V^2_{n,out}\Big|_{OpAmp} = V^2_{n,in}\cdot\left(1+\frac{Z_2}{R_1}\right)^2 = V^2_{n,in}\cdot\left(1+\frac{R_2 \,//\, \frac{1}{j\omega C}}{R_1}\right)^2$$

$$V^2_{n,out}\Big|_{OpAmp} = V^2_{n,in}\cdot\left(1+\frac{1}{R_1}\frac{R_2}{1+j\omega R_2 C}\right)^2 = V^2_{n,in}\cdot\left(\frac{1}{R_1}\left(R_1+\frac{R_2}{1+j\omega R_2 C}\right)\right)^2 =$$

$$= V^2_{n,in}\cdot\left(\frac{1}{R_1}\left(\frac{R_1+R_2+j\omega R_1 R_2 C}{1+j\omega R_2 C}\right)\right)^2 = V^2_{n,in}\left(\frac{R_1+R_2}{R_1}\,\frac{1+j\omega\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}C}{1+j\omega R_2 C}\right)^2$$

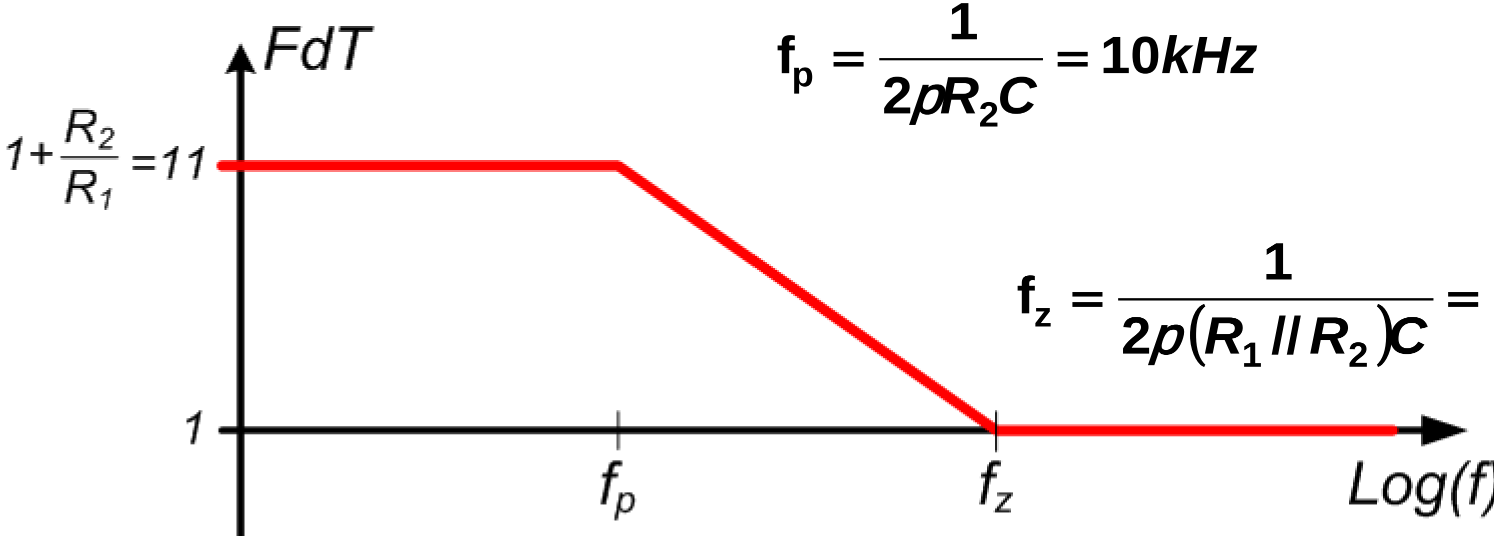
Esercizio 5

Rumore prodotto dall'op-amp



Inserisco il generatore di rumore equivalente in serie all'ingresso positivo. Il rumore vede una configurazione NON-INVERTENTE

$$V^2_{n,out}\Big|_{OpAmp} = V^2_{n,in}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)^2\left(\frac{1+j\,{}^{f}\!/\!_{f_z}}{1+j\,{}^{f}\!/\!_{f_p}}\right)^2$$



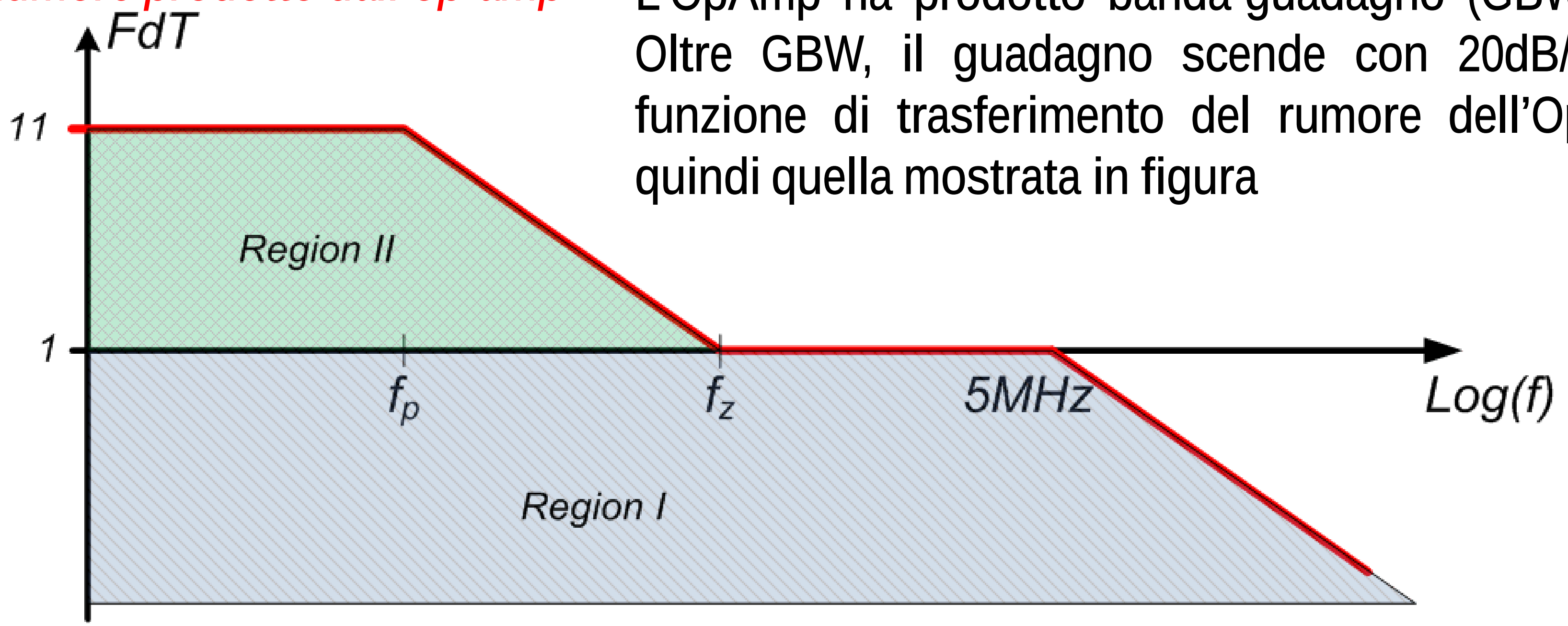
$$f_p = \frac{1}{2\pi R_2 C} = 10kHz$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi (R_1 // R_2) C} = 110kHz$$

L'integrale del rumore è infinito ???

Esercizio 5

Rumore prodotto dall’op-amp



L’OpAmp ha prodotto banda-guadagno (GBW) finito. Oltre GBW, il guadagno scende con 20dB/dec. La funzione di trasferimento del rumore dell’OpAmp è quindi quella mostrata in figura

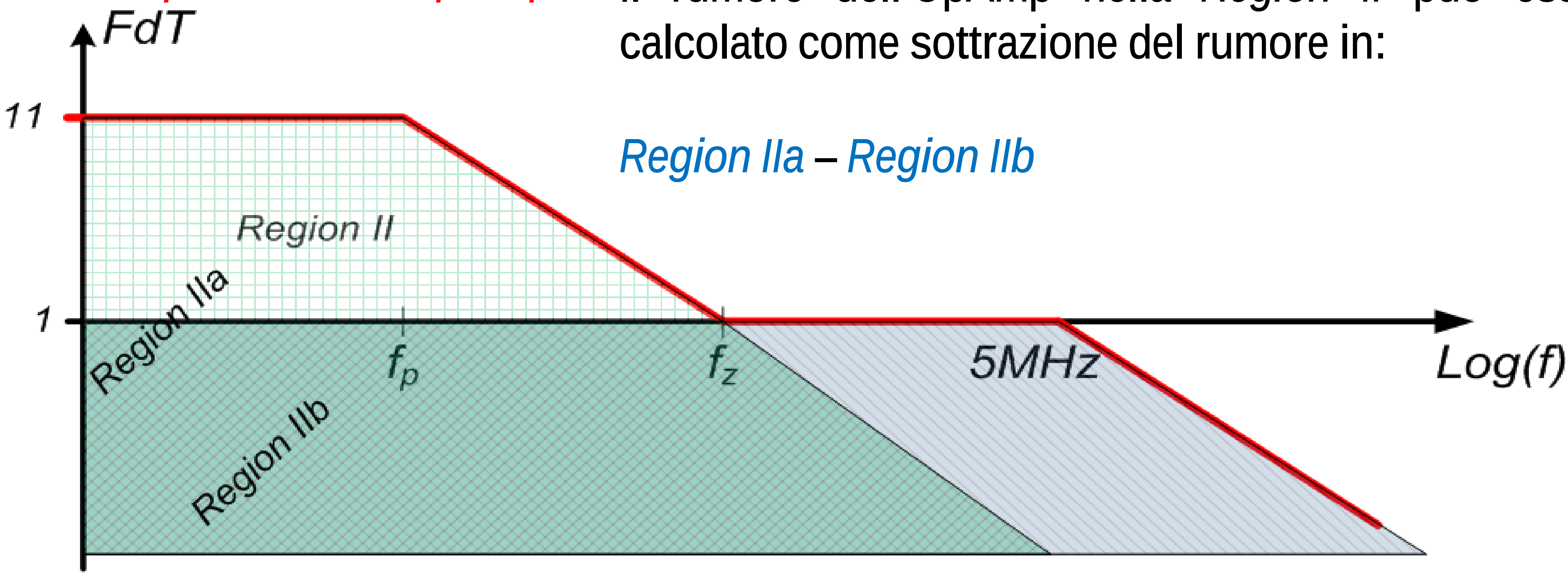
Il rumore integrato dell’OpAmp puo quindi essere calcolato come somma di due contributi: Region-I + Region-II

<u>*Region I*</u>

$$\left.V^2_{n,out}\right|_{\text{OpAmp, Integrated in Region I}} = V^2_{n,in}\frac{\pi}{2}GBW = \left(50\times10^{-9}\right)^2\frac{\pi}{2}5\times10^6 = (140\,\mu V)^2$$

Esercizio 5

Rumore prodotto dall'op-amp



Il rumore dell'OpAmp nella *Region II* puo essere calcolato come sottrazione del rumore in:

Region IIa – *Region IIb*

Region II = Region IIa – Region IIb

$$V_{n,out}^2\Big|_{\text{OpAmp, Integrated in RegionII}} = V_{n,in}^2\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)^2\frac{\pi}{2}f_p - V_{n,in}^2\frac{\pi}{2}f_Z =$$

$$\left(50\times10^{-9}\right)^2(11)^2\frac{\pi}{2}10\times10^3 - \left(50\times10^{-9}\right)^2\frac{\pi}{2}110\times10^3 = (65.7\,nV)^2$$

Esercizio 5

Rumore Totale

$$V_{n,out}^2\Big|_{\mathrm{OpAmp}} = (140\,\mu V)^2 + (65.7\,\mu V)^2 = (154\,\mu V)^2$$

$$V_{n,out}^2\Big|_{R2} = (5.1\,\mu V)^2$$

$$V_{n,out}^2\Big|_{R1} = (16.1\,\mu V)^2$$

$$V_{n,out}^2 = (154\,\mu V)^2 + (16.1\,\mu V)^2 + (5.1\,\mu V)^2 = (154.9\,\mu V)^2$$

Segnale

$$V_{out}(t) = -\frac{R2}{R1}V_{in}(t) = -10 \times 0.01 \times \cos(2\pi 1000 t)$$

SNR

$$SNR = 10\,Log\left(\frac{V_{out,rms}^2}{V_{n,out}^2}\right) = 10\,Log\left(\frac{\frac{(0.1)^2}{2}}{(154.9\times 10^{-6})^2}\right) = 53.2\,dB$$