

ESTENSIONE A GRIGLIE *TETRAEDRICHE* DELL'ALGORITMO *FD-TD* PER PROBLEMI ELETTROMAGNETICI

Lorenzo Codecasa

Dipartimento di Elettronica e Informazione
Politecnico di Milano
Piazza Leonardo da Vinci 32, I-20133 Milano

L'algoritmo di *Finite Difference-Time Domain* (FD-TD), originariamente introdotto da K. S. Yee [1], è ad oggi l'algoritmo più diffuso per l'integrazione delle equazioni di Maxwell nel dominio del tempo. Ciò è dovuto principalmente al fatto che tale algoritmo è *esplicito*, cosicché il carico computazionale e l'occupazione di memoria restano contenuti al crescere delle dimensioni del problema, ed è *condizionatamente stabile*, con un limite al passo di integrazione dovuto alla stabilità vicino al limite al passo di integrazione imposto all'errore di discretizzazione.

Uno dei principali limiti dell'FD-TD sta nel fatto che tale algoritmo richiede l'uso di griglie cartesiane ortogonali per la discretizzazione spaziale e questo impone severe limitazioni alla geometria del dominio computazionale rappresentabile. Inoltre i vari metodi riportati in letteratura per estendere l'FD-TD a griglie diverse dalle cartesiane ortogonali non permettono di usare griglie tetraedriche, mantenendo l'algoritmo esplicito, condizionatamente stabile e consistente. L'autore ha però recentemente proposto una soluzione a tale problema [2], facendo uso del *Metodo delle Celle* (CM) introdotto da E. Tonti [3].

Come è noto, nel CM vengono introdotti integrali delle grandezze di campo definiti sugli elementi geometrici di una coppia di griglie duali. In funzione di tali grandezze integrali vengono scritte, in forma *esatta*, equazioni di bilancio definite sulla coppia di griglie duali. Le relazioni costitutive vengono poi discretizzate, in forma *approssimata*, mediante equazioni tra le grandezze integrali.

L'FD-TD può essere reinterpretato come un'applicazione del CM ad una coppia di griglie duali cartesiane ortogonali. Una generalizzazione dell'FD-TD a griglie diverse dalle cartesiane ortogonali può dunque ottenersi introducendo nel CM opportune relazioni costitutive discretizzate per le griglie considerate. Tali relazioni costitutive discretizzate sono state effettivamente definite dall'autore per le coppie di griglie duali costituite da una griglia primale tetraedrica e da una griglia duale ottenuta dalla suddivisione baricentrica della griglia primale. L'autore è pervenuto a questo risultato prendendo le mosse dal lavoro da lui svolto con F. Trevisan [4] per garantire le proprietà di consistenza e stabilità al CM.

La relazione costitutiva magnetica discretizzata è ottenuta mediante funzioni vettoriali di base, uniformi a tratti, definite volume primale per volume primale, esattamente come mostrato dall'autore in [4]. La relazione costitutiva elettrica discretizzata è il punto di novità del metodo. Tale relazione costitutiva discretizzata è definita in termini di nuove funzioni vettoriali di base, uniformi a tratti, definite per la prima volta in letteratura, volume *duale* per volume *duale*.

È importante osservare che tale relazione costitutiva discretizzata non perde validità in presenza di materiali aventi diverse proprietà all'interno di un singolo volume duale. Inoltre l'approccio proposto per la discretizzazione delle relazioni costitutive dipende solo da proprietà geometriche delle griglie e dunque non è limitato a particolari tipi di materiali.

Le nuove relazioni costitutive così introdotte garantiscono teoricamente le proprietà di consistenza e stabilità al metodo numerico risultante. L'analisi numerica per alcuni problemi di riferimento ha permesso inoltre di verificare che il nuovo algoritmo fornisce lo stesso livello di accuratezza dell'FD-TD e che, rispetto ad esso, impone un limite al passo di integrazione inferiore solo di poco.

L'autore sta al momento sviluppando il nuovo metodo in varie direzioni, in particolare ha appena portato a termine l'analisi teorica di convergenza.

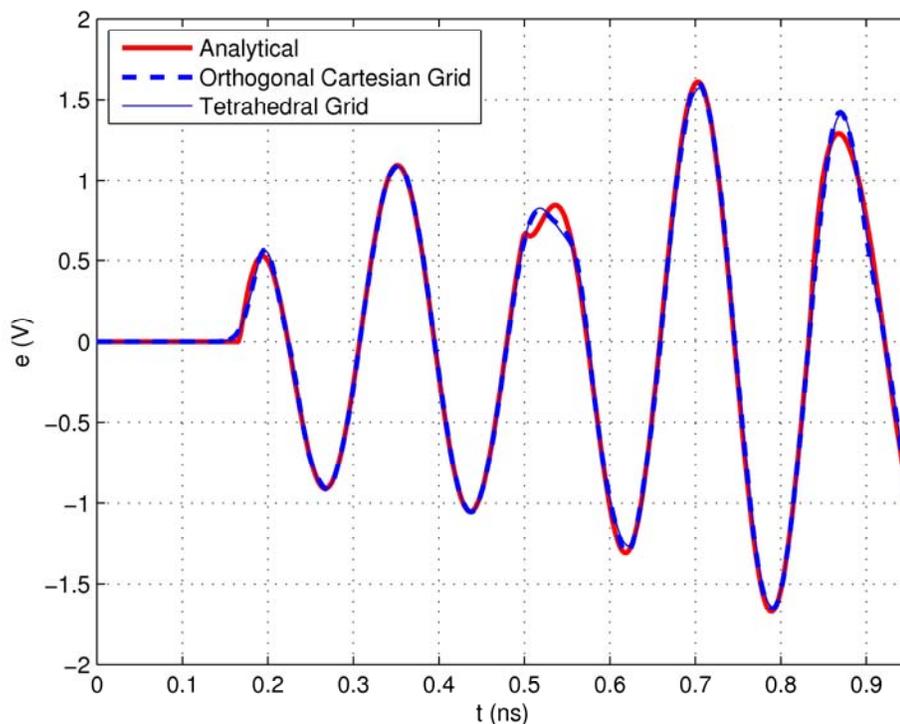


Fig. 1. Campo elettrico al centro di una guida d'onda rettangola, valutato sia con l'FD-TD sia con il nuovo metodo CM su griglia tetraedrica.

Bibliografia

- [1] K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 14, pp. 302-307, 1966.
- [2] L. Codecasa, M. Politi, "Explicit, Consistent and Conditionally Stable Extension of FD-TD to Tetrahedral Grids by FIT," *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. 44, No. 6, 2008, in stampa.
- [3] E. Tonti, "Finite Formulation of the Electromagnetic Field," *Progress in Electromagnetics Research*, Ed. F. L. Teixeira, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA, pp. 1-44, 2001.
- [4] L. Codecasa, F. Trevisan, "Piecewise Uniform Bases and Energetic Approach for Discrete Constitutive Matrices in Electromagnetic Problems," *Int. J. Numeric. Meth. In Engng.*, Vol. 65, pp. 548-565, 2006.