

# RETI NEURALI ARTIFICIALI CON DINAMICA SU GRUPPI DI LIE

*Simone Fiori*

Dipartimento di Elettronica, Intelligenza Artificiale e Telecomunicazioni  
Università Politecnica delle Marche  
Via Brecce Bianche, I-60131, Ancona

La sintesi di Reti Neurali Artificiali consiste nella progettazione separata della architettura neurale, comprendente parametri variabili, e nella scelta della procedura di adattamento temporale di tali parametri. Una procedura di adattamento può essere definita supervisionata o non-supervisionata. Ci si riferisce ad "adattamento supervisionato" quando l'apprendimento della Rete è guidato da un esperto esterno, o supervisore, che fornisce le informazioni necessarie alla descrizione esterna della soluzione del problema che la rete neurale deve affrontare. Ci si riferisce, al contrario, ad "apprendimento non-supervisionato" quando tale supervisore è assente e la Rete apprende il comportamento migliore sulla base delle informazioni statistiche desumibili dalla struttura probabilistica del problema.

Appare evidente come, secondo criteri di flessibilità e capacità di adattamento, il problema della progettazione e della simulazione delle reti neurali non-supervisionate sia di notevole interesse teorico e pratico. Nel presente progetto ci si riferisce a quest'ultima categoria di reti neurali. Lo studio e la simulazione di reti neurali artificiali non supervisionate si avvalgono della statistica matematica e della teoria dell'informazione per la parte di sintesi delle teoria di adattamento, e si propone di avvalersi dell'uso delle teorie relative alla geometria differenziale e dei gruppi di Lie per la formulazione delle equazioni di apprendimento. Le equazioni di apprendimento neurale si vengono quindi a trovare in forma di equazioni differenziali su gruppi di Lie che debbono essere risolte tramite tecniche numeriche appropriate.

In particolare, ci si riferisce ai metodi di ottimizzazione su varietà differenziali e gruppi di Lie adatti al "machine learning" non-supervisionato con applicazione a problemi di elaborazione di segnali. Una strategia consolidata per la progettazione di reti neurali non supervisionate per la risoluzione di problemi legati all'elaborazione dei segnali consiste nel formulare il problema in oggetto come un problema di ottimo (locale) utilizzando gli strumenti dalla teoria dell'informazione e dalla statistica matematica. Il problema di ottimizzazione dà poi luogo ad una serie di equazioni (differenziali o di tipo punto-fisso) che costituiscono le equazioni tramite le quali i parametri del sistema neurale variano nel tempo verso un ottimo del problema. Tipicamente i problemi di ottimo relativi all'elaborazione dei segnali debbono venire formulati tenendo conto di alcuni vincoli sui parametri del sistema neurale. Tali vincoli possono venire rappresentati molto agevolmente e proficuamente imponendo una struttura geometrica allo spazio dei parametri. E' necessario pertanto sviluppare metodi di ottimizzazione su varietà differenziali e su gruppi di Lie per questo tipo di applicazioni, che siano efficienti sia dal punto di vista della velocità di apprendimento che dal punto di vista della complessità computazionale.

La presente memoria riguarda due argomenti principali:

- 1) Studio di equazioni di apprendimento non-supervisionate su varietà differenziali e su gruppi di Lie per reti neurali artificiali con applicazione all'elaborazione dei segnali. L'attività di ricerca si è concentrata su metodi di ottimizzazione basati su flussi di

tipo gradiente riemanniano. Lo studio verteva anche su metodi derivati quali sub-gradiente su 'foliazioni' e 'splitting' delle algebre di Lie.

- 2) Studio e implementazione di tecniche di simulazione numerica delle equazioni di apprendimento sviluppate con applicazione all'elaborazione dei segnali multidimensionali. Confronti teorici e numerici dei risultati ottenuti su problemi numerici applicativi sono risultati di particolare interesse.

La tematica di ricerca discussa nella presente memoria ha dato luogo a diverse pubblicazioni scientifiche, alcune delle quali, scelte fra le più recenti, sono riportate di seguito:

- T. Tanaka and S. Fiori**, *Simultaneous Tracking of the Best Basis in Reduced-Rank Wiener Filter*, International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (IEEE-ICASSP, Toulouse, France), Vol. III, pp. 548 – 551, May 2006
- S. Fiori**, *Fixed-Point Neural Independent Component Analysis Algorithms on the Orthogonal Group*, Journal of Future Generation Computer Systems (Elsevier), Vol. 22, No. 4, pp. 430 – 440, March 2006
- T. Tanaka and S. Fiori**, *Least Squares Approximate Joint Diagonalization on the Orthogonal Group*, Proc. of the 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. II, pp. pp. 649 – 652 (Honolulu, Hawaii, USA, April 15-20, 2007)
- S. Fiori**, *Learning Independent Components on the Orthogonal Group of Matrices by Retractions*, Neural Processing Letters, Vol. 25, No. 3, pp. 187 – 198, June 2007
- S. Fiori**, *Neural Learning by Retractions on Manifolds*, Proc. of the 2007 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, pp. 1293 – 1296 (New Orleans, USA, May 27-30, 2007)
- S. Fiori**, *Neural Learning Algorithms Based on Mappings: The Case of the Unitary Group of Matrices*, International Conference on Artificial Neural Networks (ICANN'07), September 9-13, 2007, Porto (Portugal, EU)
- S. Fiori**, *A Study on Neural Learning on Manifold Foliations: The case of the Lie Group  $SU(3)$* , Neural Computation, Vol. 20, No. 4, pp. 1091 – 1117, April 2008
- S. Fiori**, *Leap-Frog-Type Learning Algorithms over the Lie Group of Unitary Matrices*, Neurocomputing (Special issue on "Advances in Blind Signal Processing", Guest Editors: D. Erdogmus, D. Mandic and T. Tanaka). Accepted for publication
- S. Fiori**, *Estimating Independent Components by Mappings onto the Orthogonal Manifold*, Scientific Bulletin of the Academic Computer Center in Gdansk ("TASK Quarterly" Journal). Accepted for publication
- S. Fiori**, *Learning by Criterion Optimization on a Unitary Unimodular Matrix Group*, International Journal of Neural Systems (Special issue on "Complex-Valued Neural Networks and Neuro-computing: Novel Methods, Applications and Implementations", Guest Editors: V.S.H. Rao, G.R. Murthy, T. Nitta and I. Aizenberg). Accepted for publication
- E. Celledoni and S. Fiori**, *Descent Methods for Optimization on Homogeneous Manifolds*, Journal of Mathematics and Computers in Simulation (Special issue on "Structural Dynamical Systems: Computational Aspects", Guest Editors: N. Del Buono, L. Lopez and T. Politi). Accepted for publication