

SINCRONIZZAZIONE IN RETI DI OSCILLATORI

M. Biey, M. Bonnin, P.P. Civalleri, P. Checco, F. Corinto, M. Gilli, V. Lanza, M. Righero

Dipartimento di Elettronica
Politecnico di Torino
C.so Duca degli Abruzzi 24, 10129 Torino

In questo settore sono state sviluppate le seguenti linee di ricerca:

Reti complesse e loro proprietà di sincronizzazione

Reti reali di sistemi dinamici tra loro interagenti – siano essi neuroni, laser, centrali di potenza, ecc. – sono intrinsecamente complesse. Molte di esse sono di tipo “ibrido”, cioè tali da presentare il cosiddetto effetto “small-world” grazie alla formazione del grafo complessivo tramite l’unione di un grafo “globale” con rami “lunghi”, che forniscono un breve cammino tra coppie di nodi altrimenti tra loro distanti, e un grafo “locale” che, tramite connessioni “corte”, assicura la connessione locale.

Per tali reti, proseguendo la ricerca avviata nell’anno passato, si sono studiate le condizioni di sincronia identica (cioè tali da assicurare che tutte le variabili dinamiche corrispondenti dei singoli oscillatori costituenti la rete, varino nel tempo con la stessa legge). I risultati dettagliati ottenuti sono raccolti in [1-2].

Condizioni di sincronia in reti di neuroni di ispirazione biologica

Reti di neuroni di ispirazione biologica continuano ad attrarre l’interesse di un crescente numero di ricercatori in svariati settori scientifici.

La presente linea di ricerca considera il caso particolare di reti composte da celle descritte da un modello, dovuto a Hindmarsh e Rose, di complessità non troppo elevata, ma già capace di riprodurre comportamenti di tipo “spiking” e “bursting”, che caratterizzano un elevato numero di sistemi biologici.

I fenomeni studiati sono quelli di sincronizzazione e de-sincronizzazione e la loro dipendenza dalla topologia della rete e dai parametri caratteristici della stessa, quali, ad esempio, il coefficiente di accoppiamento e il grado di ogni nodo.

I risultati ottenuti, descritti in [3] e [4], riportano accurate condizioni di sincronizzazione nel caso di reti composte da neuroni identici, con legami di tipo sinaptico, soggette al vincolo che ad ogni neurone giunga lo stesso numero di sinapsi. Inoltre è messo chiaramente in rilievo la dipendenza delle condizioni di sincronizzazione dalla topologia della rete.

Riconoscimento di pattern spazio-temporali mediante meccanismi di sincronizzazione in reti di oscillatori

Le reti di oscillatori non lineari rappresentano un adeguato modello per descrivere i fenomeni di sincronizzazione che emergono dall’interazione tra le unità costituenti un sistema complesso e che non sono riconducibili ai singoli costituenti. Tali processi sono osservabili in varie discipline quali la biologia, la chimica, l’ecologia, l’ingegneria e la fisica [5]. In

particolare, nell'ambito delle neuroscienze, alcuni studi sul sistema talamo corticale hanno evidenziato che tali reti simulano anche l'architettura di un computer neurale. E' stato inoltre mostrato che tali reti presentano proprietà associative e possono essere impiegate per l'elaborazione dell'informazione e delle immagini [6].

L'obiettivo dell'attività di ricerca, che si inserisce nell'ambito di quella svolta negli anni passati, consiste nello sviluppo di nuove metodologie per l'analisi ed il progetto del comportamento dinamico globale di reti di oscillatori non lineari (con riferimento ai modelli di ispirazione biologica). Estendendo il metodo, presentato nell'anno passato, basato sull'applicazione congiunta del Teorema di Malkin e della tecnica della funzione descrittiva sono stati elaborati i seguenti metodi:

- I. L'applicazione di un opportuno metodo perturbativo conduce alla descrizione della rete di oscillatori non lineari per mezzo di un sistema di equazioni accoppiate di fase e di ampiezza. Questo approccio rispetto al precedente presenta il vantaggio di essere applicabile anche nel caso in cui gli accoppiamenti tra gli oscillatori non siano deboli ed in particolare consente di identificare con accuratezza le biforcazioni dovute alla variazione dei parametri di accoppiamento [7].
- II. Metodo basato sulle forme normali per oscillatori con cicli limite che abbiano origine da una biforcazione di Hopf e che operino nelle vicinanze di essa. Questo metodo consente di derivare analiticamente il sistema delle equazioni di fase per reti di oscillatori non lineari con ritardo [8], che rappresentano modelli di ispirazione biologica importanti per l'elaborazione delle immagini.

L'applicazione delle metodologie sviluppate ha consentito sia l'analisi di reti composte da un elevato numero di oscillatori non lineari sia il progetto di tali sistemi per il riconoscimento di pattern spazio-temporali [9].

[1] P. Checco, M. Biey, and L. Kocarev, "Synchronization in random networks with given expected degree sequences", *Chaos, Solitons and Fractals*, DOI: 10.1016/j.chaos.2006.05.063.

[2] P. Checco, M. Biey, and L. Kocarev, "Synchronization in complex hybrid networks", *IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems*, New Orleans (USA), May 27-30, 2007.

[3] P. Checco, M. Biey, M. Righero, and L. Kocarev, "Synchronization and bifurcations in networks of coupled Hindmarsh-Rose neurons", *IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems*, New Orleans (USA), May 27-30, 2007.

[4] P. Checco, M. Biey, and M. Righero, "Influence of Topology on Synchronization in Networks of Coupled Hindmarsh-Rose Neurons", *European Conference on Circuit Theory and Design*, Sevilla (Spain), August 26-30, 2007.

[5] *IEEE, Trans. Circuits and Syst. I.*, Special issue on nonlinear waves, patterns and spatio-temporal chaos in dynamic arrays, vol. 42, 1995.

[6] F. C. Hoppensteadt, E. M. Izhikevich, *Weakly connected neural networks*, Springer-Verlag: New York, 1997.

[7] V. Lanza F. Corinto, M. Gilli, "On the study of cellular nonlinear networks via amplitude and phase dynamics", *Neural Networks*, 2008, ISSN: 0893-6080, DOI: 10.1016/j.neunet.2007.12.015

[8] M. Bonnin, F. Corinto, M. Gilli, Bifurcations, "Stability And Synchronization in Delayed Oscillatory Networks", *International Journal Of Bifurcation And Chaos In Applied Sciences And Engineering*, pp. 4033-4048, 2007, Vol. 17, ISSN: 0218-1274

[9] F. Corinto, M. Bonnin, M. Gilli, "Weakly Connected Oscillatory Network Models for Associative and Dynamic Memories", *International Journal Of Bifurcation And Chaos In Applied Sciences And Engineering*, pp. 4365-4379, 2007, Vol. 17, ISSN: 0218-1274