

SOLUZIONE NUMERICA DEL PROBLEMA STANDARD #4 MEDIANTE L'ALGORITMO ADAMS-BASHFORTH-MOULTON

A. Romeo, B. Azzerboni, A. Calisto, G. Consolo, G. Finocchio, V. Puliafito

Dipartimento di Fisica della Materia e Tecnologie Fisiche Avanzate.
Università di Messina.
Salita Sperone 31, 98166, Messina Italia

La teoria micromagnetica consente di analizzare gli effetti di inversione della magnetizzazione ed isteresi all'interno di materiali ferromagnetici su scala intermedia tra i domini magnetici ed il reticolo cristallino [1]. L'equazione di Landau–Lifshitz–Gilbert (LLG) rappresenta lo strumento principale per il calcolo della magnetizzazione. Per la sua analisi ci si avvale principalmente di modelli alle differenze finite. In tale contesto, è fondamentale l'utilizzo di opportuni schemi di integrazione numerica nel dominio del tempo [2]. I metodi d'integrazione classici sono di tipo one-step, in quanto l'approssimazione del sistema all'istante t_{i+1} , si basa esclusivamente sull'utilizzo delle informazioni fornite all'istante t_i . Sebbene tali metodi possano prelevare informazioni relative agli istanti intermedi tra t_i e t_{i+1} , essi non sono in grado di impiegare questa informazione per un utilizzo diretto nei successivi steps. Dal momento che per l'approssimazione della soluzione all'istante t_{i+1} , sono disponibili le soluzioni approssimate agli istanti precedenti $t_0, t_1, \dots, t_i$, sembra ragionevole sviluppare dei metodi che tengano conto anche di tale informazione. I metodi che impiegano le approssimazioni ad istanti precedenti a quello attuale prendono il nome di metodi multisteps [3]. Un metodo multistep utilizzato per la risoluzione numerica del problema al valore iniziale

$$y' = f(t, y), \quad a \leq t \leq b, \quad y(a) = \alpha, \quad (1)$$

in grado di approssimare p_{i+1} all'istante t_{i+1} , è caratterizzato dalla seguente equazione alle differenze:

$$p_{i+1} = a_{m-1}p_i + a_{m-2}p_{i-1} + \dots + a_0p_{i-m+1} + \\ + h \left[b_m f(t_{i+1}, p_{i+1}) + b_{m-1} f(t_i, p_i) + \dots + b_0 f(t_{i-m+1}, p_{i-m+1}) \right] \quad (2)$$

per $i = m-1, m, \dots, N-1$, dove $h = (b-a)/N$, in cui m è un intero maggiore di 1, $a_0, a_1, \dots, a_{m-1}$ e $b_0, b_1, \dots, b_{m-1}$ sono costanti ed i valori iniziali $p_0 = \alpha_0, p_1 = \alpha_1, \dots, p_{m-1} = \alpha_{m-1}$ sono noti. Quando $b_m = 0$, il metodo è detto esplicito o metodo di Adams-Bashforth (AB), in quanto l'equazione (2) fornisce una predizione di p_{i+1} esplicitamente in funzione dei valori precedentemente determinati. Quando $b_m \neq 0$ il metodo è detto implicito, o metodo di Adams-Moulton (AM), dal momento che il valore stimato all'istante t_{i+1} compare in entrambe i lati dell'equazione (2) ed è specificato solo implicitamente. I due metodi possono lavorare in modo combinato: la formula esplicita è usata come un predittore per ottenere una prima valutazione di f all'istante y_{i+1} . In un secondo momento, il valore risultante è inserito nella

formula implicita (correttore) che conduce ad una nuova approssimazione di y_{i+1} . Tale processo è noto come metodo predictor-corrector. Il suo vantaggio consiste nel fatto che è possibile ottenere elevata accuratezza con basso costo computazionale, inferiore rispetto ai metodi single step di uguale ordine, infatti la combinazione di un predittore ed un correttore richiede solo la valutazione di due $f(t, y)$ per step.

La validità di tale metodo è stata testata sul problema standard #4 [4], che è focalizzato sulla descrizione delle dinamiche di magnetizzazione nei calcoli micromagnetici. In tale problema viene analizzata l'evoluzione della magnetizzazione verso un nuovo stato di equilibrio in un campione di materiale ferromagnetico soggetto ad un campo magnetico di intensità sufficiente a provocarne l'inversione della magnetizzazione.

I risultati ottenuti su questo problema sono in accordo con quelli raggiunti da altri gruppi, col vantaggio di aver riscontrato uno speed-up di ben dodici volte rispetto a simulazioni condotte usando il metodo mid-point, comunemente impiegato nell'analisi di tali problemi.

La figura 1 mostra l'andamento di $\langle M_y \rangle / M_s$ in corrispondenza di un campo applicato ad un angolo di 170 gradi rispetto all'asse x e discretizzando il sistema con celle di dimensioni $5.0 \times 5.0 \times 3.0 \text{ nm}^3$. Risultati analoghi sono stati ottenuti in corrispondenza di un secondo campo a 190 gradi e con una discretizzazione di $2.5 \times 2.5 \times 3.0 \text{ nm}^3$.

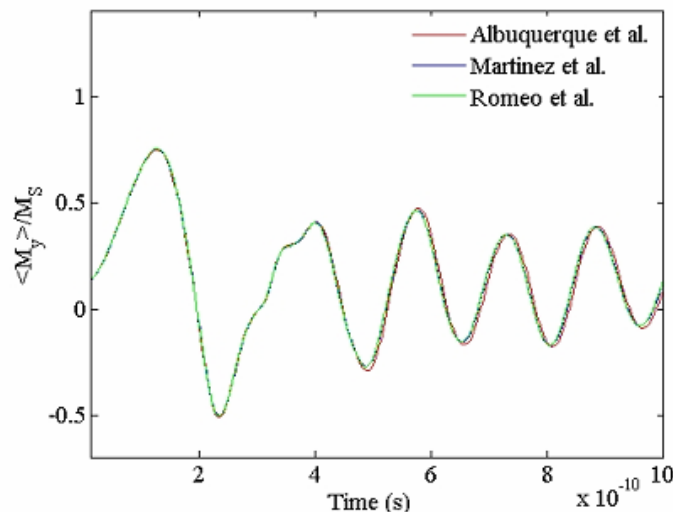


Fig. 1: Plot della magnetizzazione media lungo l'asse y in corrispondenza di un campo applicator con un angolo di 170 gradi rispetto all'asse x usando celle $5 \times 5 \times 3 \text{ nm}^3$

Questo stesso problema è stato trattato introducendo effetti termici nell'equazione LLG [5]. I risultati ottenuti mostrano che l'inversione avviene mediante nucleazione ed in maniera analoga alle dinamiche osservate in assenza di effetti termici.

Bibliografia

- [1] J. Phys. D: Appl. Phys. 33 (2000) p.135
- [2] A. Romeo et al., Physica B 403, 464 (2008)
- [3] Numerical Methods Using Matlab, 4th Edition, 2004; John H. Mathews and Kurtis K. Fink ISBN: 0-13-065248-2, p. 505.
- [4] <http://www.ctcms.nist.gov/~rdm/std4/spec4.html>
- [5] W. F. Brown, Jr., Phys. Rev. 130, 1677 (1963).