



# ANALISI DELLE VIBRAZIONI PER LA DIAGNOSTICA DELLE MACCHINE ROTANTI – 1° parte

Lucia FROSINI

Dipartimento di Ingegneria Industriale e dell'Informazione  
Università di Pavia  
E-mail: lucia@unipv.it

1

L. Frosini

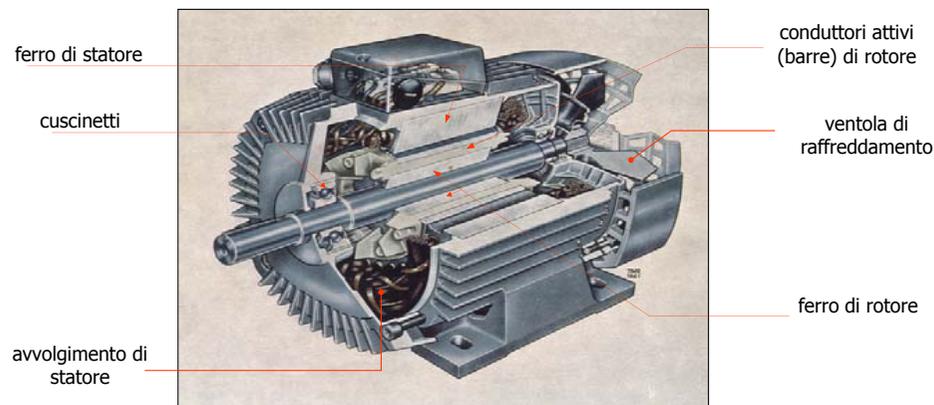
## Indice

- ☀️ Tipi di guasti nei motori asincroni
- ☀️ Possibili indicatori di guasti
- ☀️ Misura delle vibrazioni
- ☀️ Vibrazioni naturali, vibrazioni forzate
- ☀️ Vibrazioni flessionali
- ☀️ Vibrazioni torsionali
- ☀️ Forzante periodica

2

L. Frosini

## Partiamo dalle macchine asincrone ...



Consideriamo per semplicità solo i motori asincroni con rotore a gabbia, perché sono i più diffusi, rispetto a quelli con rotore avvolto.

3

L. Frosini

## Motori asincroni con rotore a gabbia



Spaccato di un motore asincrono trifase con rotore a gabbia pressofuso in rame, alimentato in bassa tensione.

4

## Partiamo dalle macchine asincrone ...



Motore asincrono trifase con rotore a gabbia pressofuso in alluminio, alimentato in bassa tensione.

5

## Motori asincroni con rotore a gabbia

Principali componenti del motore:

1. Statore, avvolgimenti statorici e morsettiera per collegamenti elettrici;
2. Rotore a gabbia di scoiattolo con inclinazione delle barre di rotore;
3. Cuscinetto a sfere;
4. Scudo del motore;
5. Viti per il fissaggio degli scudi allo statore;
6. Girante o ventola di raffreddamento;
7. Copri ventola.



Motore asincrono trifase con rotore a gabbia pressofuso in alluminio, alimentato in bassa tensione.

6

## Motori asincroni con rotore a gabbia

Nucleo di statore senza avvolgimento

Statore avvolto

Rotore a barre finito

Rotore a barre semi-finito



Parti di motori asincroni con rotore a gabbia pressofuso in alluminio, alimentati in bassa tensione.

7

## Motori asincroni con rotore a gabbia

Per potenze e tensioni più elevate, cambiano le caratteristiche costruttive (diverso isolamento degli avvolgimenti di statore; barre di rotore non più pressofuse ma inserite nelle cave e saldate agli anelli di corto circuito; ecc.):

Statore e rotore (a gabbia a barre di rame saldate) di un motore da 1,8 MW, 6 kV, 6 poli



8

## Dove possono accadere i guasti in un motore?

In letteratura sono disponibili solo due indagini estese (e ormai datate) sui guasti nei motori elettrici. La prima è stata svolta nel 1985 dalla EPRI (Electric Power Research Institute) su circa 5000 motori (in corrente alternata e in corrente continua) impiegati in diverse applicazioni e in diversi ambiti industriali negli USA, con potenze >150 kW: la maggior parte (ma non tutti) i motori sono asincroni alimentati a tensione >1000 V.

La seconda indagine è datata 1995, è limitata ad aziende del settore petrolifero in Norvegia e include solo motori asincroni a gabbia con potenze >10 kW, la maggior parte dei quali a tensione <1000 V.

I risultati delle due indagini sono parzialmente diversi, a causa delle diverse taglie dei motori (sia in termini di potenza che di tensione) e per il fatto che nella seconda i motori sono quasi tutti ad avviamento diretto e situati all'esterno.

9

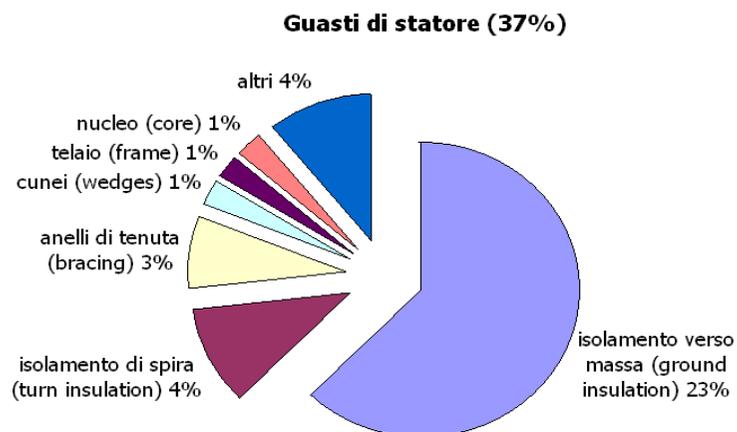
## Dove possono accadere i guasti in un motore?

Di seguito sono riportate le conclusioni dell'indagine EPRI del 1985.



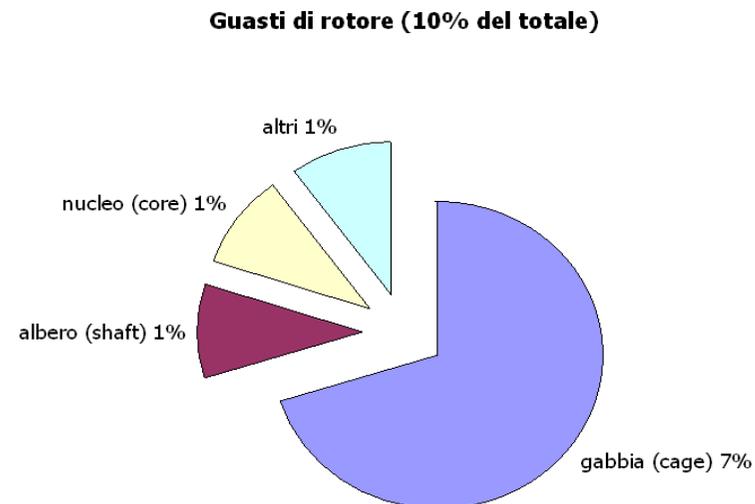
10

## Guasti di statore



11

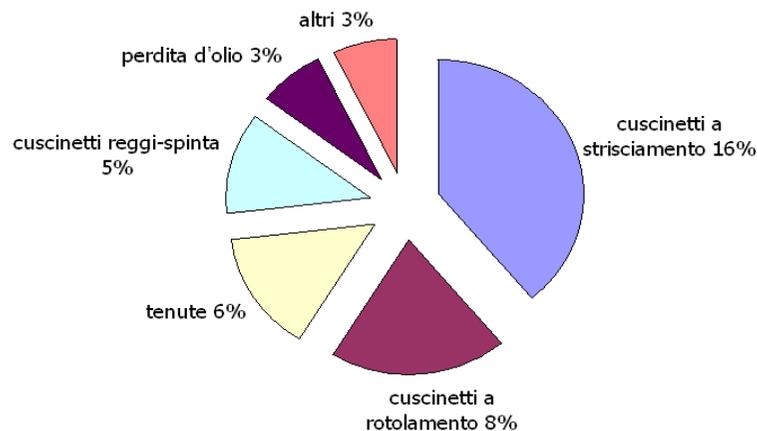
## Guasti di rotore



12

## Guasti nei cuscinetti

Guasti nei cuscinetti



13

## Dove possono accadere i guasti in un motore?

Nell'indagine del 1995 le taglie dei motori sono così suddivise:

POWER VERSUS NUMBER OF MOTORS

	11-50 [kW]	51-100 [kW]	101-200 [kW]	201-500 [kW]	501-1000 [kW]	1001- [kW]
Number of motors	1504	362	295	233	88	114
Percent	57.94	13.94	11.36	8.98	3.39	4.39

Tensione <1000 V
Tensione <1000 e >1000 V
Tensione >1000 V (<15000 V)

Number of "followed up" motors: 2596.  
 Total population (unit years): 25 622.  
 Total failures: 1637.

14

## Dove possono accadere i guasti in un motore?

Nell'indagine del 1995 i guasti ai motori sono così suddivisi:

TABLE XVI  
DISTRIBUTION OF FAILURES ON FAILED COMPONENT

Failed component	Number of failures	Percent
Bearing	836	51.07
Stator windings	258	15.76
Rotor bars/rotor rings	77	4.70
Shaft or coupling	40	2.44
External device	255	15.58
Not specified	171	10.45
Total	1637	100

15

## Dove possono accadere i guasti in un motore?

TABLE XXI  
DISTRIBUTION OF FAILURES ON FAILED COMPONENT, HIGH VOLTAGE

Failed component	Number of failures	Percent
Bearing	175	41.77 (51.07)
Stator windings	54	12.89 (15.76)
Rotor bars/rotor rings	32	7.64 (4.70)
Shaft or coupling	18	4.30 (2.44)
External device	76	18.14 (15.58)
Not specified	64	15.27 (10.45)
Total	419	100 (100)

Purtroppo in questa indagine non è specificato cosa si intenda per "external device", per cui l'interpretazione dei risultati può dare origine a dubbi.

Sempre nell'indagine del 1995, relativamente ai soli motori in alta tensione, si hanno i seguenti risultati.

### VI. COMMENTS ON HIGH VOLTAGE MOTORS

In the voltage group 5001–15 000 V, there are the following motors:

101–200 kW, 39 motors	90 failures
201–500 kW, 200 motors	250 failures
501–1000 kW, 85 motors	20 failures
Over 1000 kW, 110 motors	59 failures.

Table XXI shows how the failures are distributed in the failed components for motors in voltage group 5001–15 000 V.

The results show, as expected, that bearing faults count for the majority of the failures, as much as 41.77%. Faults on stator windings and on external devices amount to 12.89 and 18.14%, so that together, these three add to 72.67% of all faults that have led to a failure. In parentheses are repeated the values for all voltages (see Table XVI).

## Considerazioni sui tassi di guasto

Nell'indagine del 1995 si è valutato che gli "iniziatori" dei **guasti ai cuscinetti** sono danni meccanici, surriscaldamento, vibrazioni elevate e sovraccarico persistente.

Le cause alla base di questi guasti sono utilizzo improprio, componenti difettosi e manutenzione inadeguata.

Per i **guasti agli avvolgimenti di statore**, gli "iniziatori" dei guasti sono surriscaldamento, danni meccanici e danni dell'isolamento.

Diversi guasti nei motori sono causati da condizioni di sbilanciamento dell'alimentazione.

17

## Considerazioni sui tassi di guasto

La frequenza di accadimento di questi guasti dipende pesantemente dalla specifica applicazione della macchina.

Per es., in applicazioni che richiedono che la macchina sia continuamente fermata e riavviata con carico elevato (macchine per trivellazione nelle industrie petrolifere e minerarie) l'incidenza dei guasti al rotore può essere almeno elevata quanto quella dei guasti all'avvolgimento di statore.

Inoltre, il tasso di guasto di motori situati all'esterno può essere 2,5 volte più elevato di quello di motori che lavorano all'interno.

In generale, la diagnostica e il monitoraggio delle condizioni richiedono il rilievo e l'analisi di alcuni segnali che contengono specifiche informazioni (sintomi) che sono caratteristiche del processo di usura, di malfunzionamenti o guasti incipienti.

18

## Possibili indicatori di guasto

Nella selezione delle tecniche di monitoraggio più appropriate per applicazione in ambito industriale è necessario considerare alcuni fattori:

- 1) Il sensore dovrebbe essere non invasivo;
- 2) Il sensore e il sistema di misura devono essere affidabili;
- 3) La diagnosi deve essere affidabile;
- 4) La severità del problema dovrebbe essere quantificata;
- 5) Idealmente, si dovrebbe avere una stima del rimanente tempo di vita;
- 6) Idealmente, le informazioni ottenute dal sensore dovrebbero fornire un'indicazione delle cause fondamentali ("root cause") che hanno prodotto il guasto.

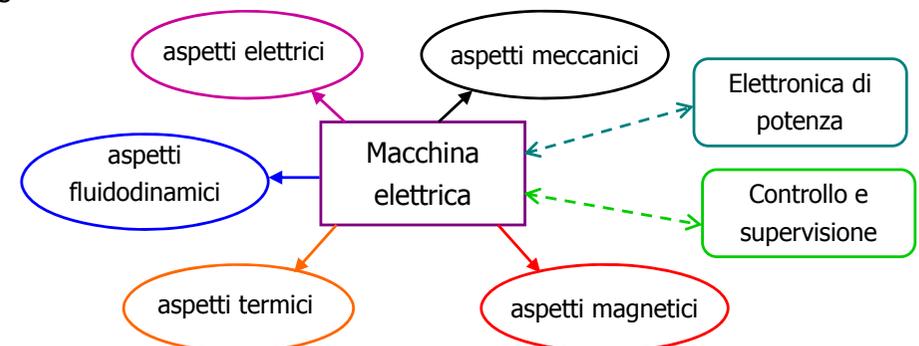
È estremamente difficile e in alcuni casi impossibile soddisfare tutti i criteri sopra citati, principalmente a causa della complessità del meccanismo di usura, dei malfunzionamenti e della natura dei guasti.

19

## Possibili indicatori di guasto

In molti casi, è possibile soddisfare i criteri da 1) a 4), mentre quelli da 5) a 6) sono estremamente difficili da raggiungere.

In una macchina elettrica diversi aspetti (elettrici, magnetici, meccanici, fluidodinamici, termici) interagiscono in maniera complessa, come indicato in figura:



20

## Possibili indicatori di guasto

Vari parametri appartenenti a questi diversi campi possono essere adatti come potenziali indicatori di guasto.

Se presenti, il sistema di controllo e supervisione che governa l'intero impianto e l'elettronica di potenza specializzata nel tradurre i comandi in segnali energetici forniti alla macchina possono essere considerati insieme come parte importante nello schema di diagnostica e monitoraggio delle condizioni.

21

## Possibili indicatori di guasto

Possiamo distinguere i possibili indicatori di guasto principalmente in:

### Elettromagnetici:

- correnti, tensioni → **Motor Current Signature Analysis (MCSA)**
- scariche parziali
- flussi magnetici (interni ed esterni)

### Meccanici:

- vibrazioni (spostamenti, velocità, accelerazioni)
- rumore (emissione acustica)
- velocità angolare
- forza, coppia

### Altri (termici, chimici):

- temperatura
- analisi degli oli e dei gas (per i trasformatori)

22

## Possibili indicatori di guasto

Ulteriori indicatori di guasto sono:

- Misura del rendimento: richiede il rilievo sia della potenza in ingresso, sia di quella in uscita, quindi di parametri sia elettrici che meccanici, nel caso di macchina elettrica rotante;
- Analisi visiva delle diverse parti della macchina, in occasione delle revisioni che prevedono il loro smontaggio: basata su parametri oggettivi, ma anche sull'esperienza del personale addetto.

Tra gli indicatori di guasto sopracitati, quello tuttora maggiormente utilizzato è la misura delle **vibrazioni**. I metodi diagnostici che si basano su tale misura differiscono principalmente per:

- ✚ **grandezza di osservazione;**
- ✚ **punti di misura;**
- ✚ **trasduttori.**

23

## Misura delle vibrazioni

La vibrazione è un fenomeno caratterizzato da moti alternati di piccola ampiezza e solitamente ad alta frequenza (ma non sempre), spesso sovrapposti al normale movimento cinematico degli organi delle macchine.

Nascono generalmente a causa di forze perturbatrici che agiscono sul sistema meccanico (vibrazioni forzate) e la loro ampiezza dipende dalle proprietà elastiche del sistema.

Il fenomeno si manifesta anche in assenza di forze esterne eccitatrici, quando si perturba lo stato di moto (o di quiete) del sistema imponendo, ad esempio, condizioni iniziali non di equilibrio (vibrazioni libere).

Se nel sistema fossero presenti solo forze elastiche e forze d'inerzia, il decadimento dell'ampiezza dei fenomeni vibratorii non si giustificerebbe. Nella realtà sono presenti anche fenomeni dissipativi dovuti a forze smorzanti, che possono essere di diversa natura.

24

## Misura delle vibrazioni

I parametri che possono essere presi in considerazione come **grandezza di osservazione** sono:

- ✚ ampiezza della vibrazione (spostamento),
- ✚ velocità della vibrazione,
- ✚ accelerazione della vibrazione.

Per le vibrazioni nel campo di frequenze tra 10 e 1000 Hz, la velocità di vibrazione è il parametro più utilizzato; tuttavia, per la misura delle vibrazioni nelle macchine elettriche rotanti, si impiegano anche sensori di spostamento e di accelerazione.

Per quanto riguarda i **punti di misura**, la scelta dipende sia dalle indicazioni diagnostiche desiderate, sia dalla struttura della macchina rotante, che può essere ad albero rigido o ad albero flessibile, come spiegato in seguito.

25

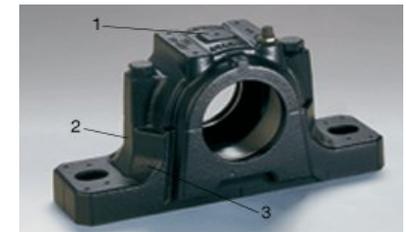
## Misura delle vibrazioni

Nel caso di macchina ad albero rigido (come la maggior parte dei motori elettrici asincroni e dei generatori sincroni impiegati nell'idroelettrico), le vibrazioni sono misurate sulla struttura della macchina, in prossimità dei supporti dei cuscinetti, e sono indicative delle forze generate dal moto del rotore, specialmente a causa di un eventuale sbilanciamento dello stesso.

In questo caso, i supporti dei cuscinetti sono le posizioni migliori per misurare le vibrazioni, perché in tali punti sono applicati i principali carichi dinamici e le forze eccitatrici.

Inoltre, spesso i cuscinetti sono gli elementi più critici dell'intera macchina.

Le misure dovrebbero essere effettuate in corrispondenza o in prossimità di ognuno dei cuscinetti presenti.



26

## Misura delle vibrazioni

Le misure delle vibrazioni dovrebbero essere idealmente di tipo triassiale.

Per le macchine rotanti, spesso si ritengono sufficienti due misure in corrispondenza di ogni cuscinetto:

- se le vibrazioni assiali sono di limitata entità, si effettuano due misure in due direzioni normali all'asse del cuscinetto, solitamente quelle verticale ed orizzontale;
- se le vibrazioni assiali non sono trascurabili, si effettuano due misure, una in direzione radiale e l'altra nella direzione assiale.

Le macchine ad albero flessibile (come i turboalternatori), nella fase di accelerazione per il raggiungimento della velocità operativa, attraversano una (o più) velocità critiche e il rotore vibra con modi diversi.

In questo caso, le vibrazioni misurate sulla struttura principale (assolute) non sono più indicative delle vibrazioni del rotore.

27

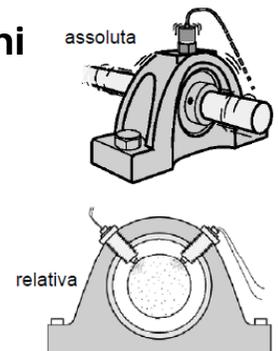
## Misura delle vibrazioni

Infatti, può accadere che le vibrazioni misurate sui supporti siano limitate, mentre l'albero sta vibrando con ampiezze di vibrazione elevate, tali da comprometterne la funzionalità.

In questi casi, è necessario misurare direttamente le vibrazioni dell'albero (misura relativa).

Per quanto riguarda i **trasduttori**, per la misura di vibrazioni a frequenze piuttosto basse (<10 Hz) sono da preferire sensori di tipo piezoresistivo, mentre per frequenze più alte sensori di tipo piezoelettrico.

Per la misura delle vibrazioni di un rotore flessibile devono invece essere utilizzati trasduttori di spostamento o di velocità senza contatto che si basano, ad esempio, sull'utilizzo del laser o sulla misura delle correnti parassite indotte dal moto relativo di due conduttori.



28

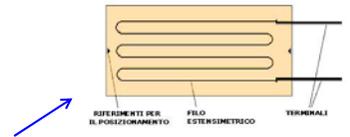
## Trasduttori

Il sensore piezoresistivo è basato sul principio fisico della piezoresistenza: un particolare elemento resistivo segue le deformazioni della superficie di un elemento sensore (lamina, membrana, filo, ecc.) a cui è fissato; queste deformazioni (allungamenti e accorciamenti) causano una variazione della resistività elettrica del materiale del resistore. Collegando a questo elemento un sistema di misura in grado di leggere variazioni di resistenza, si può risalire all'entità della deformazione e di conseguenza all'entità della grandezza fisica che le ha causate.

Il sensore di tipo piezoelettrico sfrutta, come principio per la rilevazione dello spostamento della massa, il segnale elettrico generato da un cristallo piezoelettrico quando è sottoposto ad una compressione. La massa viene sospesa sul cristallo piezoelettrico, che costituisce sia il sensore che l'elemento elastico. In presenza di accelerazione, la massa comprime il cristallo, che genera un segnale elettrico proporzionale alla compressione. Il quarzo è un materiale piezoelettrico: se sollecitato lungo l'asse elettrico si creano delle cariche di segno opposto sulle due facce proporzionali alla forza.

29

## Trasduttori



I sensori piezoresistivi non vanno confusi con gli estensimetri che funzionano su un principio fisico leggermente differente: in questi ultimi, una massa viene sospesa su dei sottili lamierini, sui quali sono fissati degli estensimetri collegati a ponte di Wheatstone. In presenza di un'accelerazione, la massa si sposta, flettendo i lamierini e conseguentemente gli estensimetri subiscono un allungamento. Con un voltmetro è possibile leggere una tensione di sbilanciamento del ponte di Wheatstone proporzionale all'accelerazione.

I sensori di tipo piezoelettrico presentano una sensibilità relativamente bassa, possono rilevare accelerazioni elevatissime senza danneggiarsi, ma non possono rilevare accelerazioni costanti nel tempo. Non sono in grado di rilevare un'accelerazione quasi-statica, quindi trovano impiego in applicazioni dove si deve rilevare accelerazioni dinamiche come quelle che si generano nelle vibrazioni e negli shock meccanici.

30

## Misura delle vibrazioni

La misura delle vibrazioni tramite i trasduttori posizionati nei punti di misura sopra indicati è finalizzata principalmente ad individuare guasti di tipo meccanico, quali:

- guasti nei cuscinetti;
- sbilanciamento meccanico (anche dovuto al carico);
- problemi ai giunti o alle cinghie di trasmissione.

In generale, però, una misura di vibrazione anomala può essere sintomo anche di guasti di tipo elettrico; pertanto, la misura delle vibrazioni può essere utile anche per individuare altri tipi di guasto, quali:

- problemi di traferro non uniforme (eccentricità statica o dinamica);
- guasti negli avvolgimenti di statore e di rotore;
- sbilanciamenti nell'alimentazione elettrica.

31

## Misura delle vibrazioni

L'individuazione di guasti di tipo elettrico tramite la misura di vibrazioni è possibile in quanto ogni anomalia elettrica produce un'asimmetria nella distribuzione del flusso magnetico al traferro; inoltre, una tale anomalia determina anche una variazione del flusso magnetico disperso, sia all'interno che all'esterno della macchina.

A sua volta, ogni asimmetria nella distribuzione del flusso magnetico al traferro produce una diversa distribuzione delle forze elettromagnetiche presenti all'interno della macchina elettrica, che si ripercuote sull'andamento delle vibrazioni della macchina stessa.

Per questo, talvolta può essere utile anche il rilievo delle vibrazioni sulla cassa del motore e sulle testate degli avvolgimenti di statore.

32

## Misura delle vibrazioni

Quindi, è chiaro che, in presenza di guasti, le vibrazioni di una macchina elettrica durante il suo funzionamento subiscono dei cambiamenti.

Tuttavia, osservando i segnali di vibrazione nel dominio del tempo, spesso tali cambiamenti sono mascherati dalla presenza di altre vibrazioni esterne.

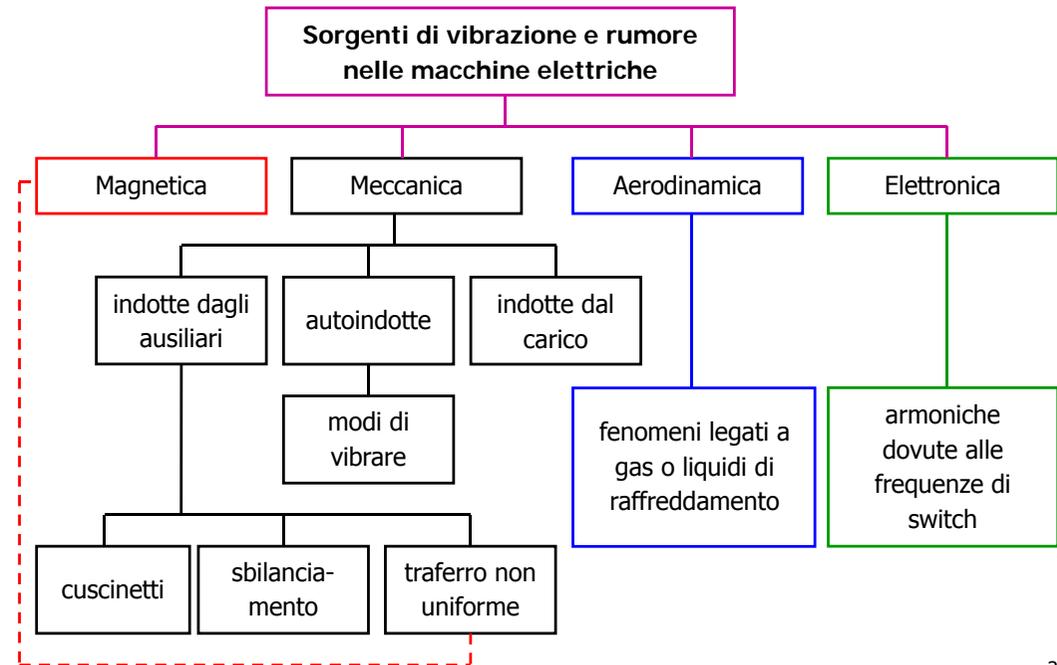
Per questo motivo, la semplice misura del livello di vibrazione globale non è generalmente sufficiente ai fini diagnostici.

Le tecniche di analisi in frequenza dei segnali di vibrazione sono state sviluppate per evidenziare in maniera selettiva quelle parti del segnale che possono essere sintomo di uno specifico malfunzionamento.

Il problema è riuscire a distinguere quali frequenze possono essere maggiormente sollecitate nelle diverse condizioni di guasto.

Per capirlo, occorre prima di tutto analizzare quali sono le sorgenti di vibrazione nelle macchine elettriche rotanti.

33



34

## Parentesi sulle vibrazioni naturali

Ogni macchina è caratterizzata da una sua deformabilità e dalle sue oscillazioni naturali che dipendono dalle caratteristiche meccaniche (massa e rigidità) delle parti che la compongono, oltre che dalle caratteristiche smorzanti del mezzo in cui si trova.

Tutte le macchine sono quindi soggette a deformazioni elastiche flessionali, torsionali, longitudinali e quindi a vibrazioni.

Un corpo vibra quando descrive un movimento oscillatorio attorno a una posizione di equilibrio statico.

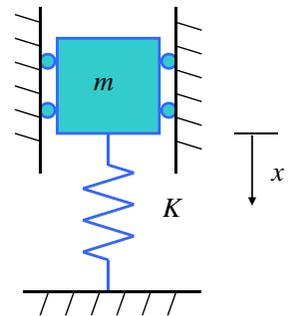
Le deformazioni periodiche durante le vibrazioni sono caratterizzate da:

- **ampiezza** dell'oscillazione;
- **frequenza** (n° oscillazioni al secondo) o periodo (inverso della frequenza);
- tipo di deformazione (flessionale, torsionale, longitudinale).

35

## Vibrazioni longitudinali a un grado di libertà

Anche se apparentemente rigido, ogni sistema meccanico presenta una certa elasticità ed è quindi deformabile. Nel caso più semplice, un sistema con un grado di libertà può essere schematizzato con una massa  $m$  [kg] e una molla con costante di rigidità  $K$  [kg/s<sup>2</sup>], dove  $K$  è il rapporto tra la forza elastica  $F_{el}$  esercitata dalla molla [kg·m/s<sup>2</sup>] e il rispettivo allungamento o accorciamento  $x$  [m].



Se spostiamo la massa verso il basso e poi lasciamo libero il sistema (trascurando l'effetto della gravità), questo si mette ad oscillare con una pulsazione  $\omega$  (o frequenza  $f_n$ ):

$$\omega = 2\pi f_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \left[ \frac{1}{s} \right]$$

$$K = \frac{F_{el}}{x} = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{kg}{s^2} \right]$$

$\alpha$  = deformabilità elastica della molla

36

## Vibrazioni forzate (1/4)

Vediamo ora cosa succede quando al sistema viene applicata una forza esterna variabile nel tempo con una certa pulsazione  $\Omega$ , che può essere maggiore, minore o uguale alla frequenza propria del sistema.

Queste forze esterne possono essere prodotte da innumerevoli fattori:

- effetti dinamici dovuti allo sbilanciamento di parti rotanti;
- disallineamento di giunti e cuscinetti;
- eccentricità (con conseguenti forze elettromagnetiche sbilanciate);
- interferenze;
- trasmissioni a cinghia ed ad ingranaggi difettosi;
- variazioni di coppia;
- forze idrauliche, aerodinamiche o elettromeccaniche;
- attriti o allentamenti meccanici.

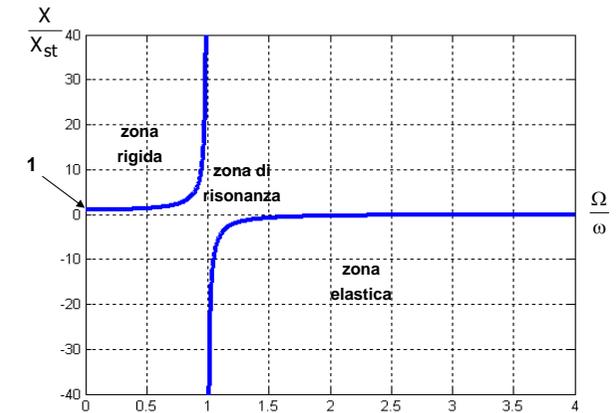
37

## Vibrazioni forzate (2/4)

L'oscillazione forzata del sistema avrà una frequenza pari a quella della forzante  $\Omega$ .

Ciò che dipende dalla frequenza propria  $\omega$  è l'ampiezza dell'oscillazione  $X$  rispetto all'ampiezza  $X_{st}$  che l'oscillazione avrebbe se la forza esterna fosse costante (ossia se  $\Omega = 0$ ):

$$\frac{X}{X_{st}} = \frac{1}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}}$$



38

## Vibrazioni forzate (3/4)

L'ampiezza dell'oscillazione è crescente e superiore a quella statica per valori del rapporto tra le pulsazioni  $\Omega/\omega$  tra 0 e 1, mentre è decrescente in maniera monotona per valori del rapporto superiori a 1.

La condizione di risonanza si verifica quando la frequenza esterna di eccitazione  $\Omega$  coincide con la frequenza propria del sistema  $\omega$  e le due agiscono in fase. In questo caso, l'ampiezza dell'oscillazione continua a crescere con tendenza all'infinito e la struttura è soggetta a deformazioni via via crescenti che tendono a provocare il collasso.

Perciò, per quanto possibile, la risonanza andrebbe sempre evitata.

Tuttavia, le conseguenze catastrofiche prospettate per la risonanza diventano effettivamente tali solo se la condizione di risonanza permane per un certo intervallo di tempo.

39

## Vibrazioni forzate e smorzate (4/4)

Inoltre, quando è presente un adeguato smorzamento, il diagramma non è discontinuo e l'ampiezza di oscillazione nella zona di risonanza si riduce.

Nelle macchine reali, generalmente si ha una condizione di risonanza solo nei transitori, cioè durante le fasi di avviamento o di arresto dei macchinari.

Inoltre, la presenza non eliminabile degli attriti può fornire uno smorzamento sufficiente per mitigare gli effetti della risonanza.

Pertanto, in generale una macchina può attraversare indenne la zona di funzionamento di risonanza, a condizione che questo passaggio avvenga in maniera sufficientemente veloce.

40

## Vibrazioni flessionali e torsionali

Quanto detto fino ad ora vale per le vibrazioni longitudinali a un grado di libertà.

Analoghe considerazioni possono essere fatte anche per le vibrazioni flessionali e per quelle torsionali.

Occorre inoltre tenere conto che, in generale, i modelli utilizzati per rappresentare il comportamento longitudinale, flessionale e torsionale delle macchine rotanti presentano più gradi di libertà e di conseguenza più frequenze proprie (ossia, più velocità critiche).

## Vibrazioni flessionali

Si chiamano vibrazioni flessionali quelle che provocano un inarcamento dell'albero e una conseguente sollecitazione a flessione.

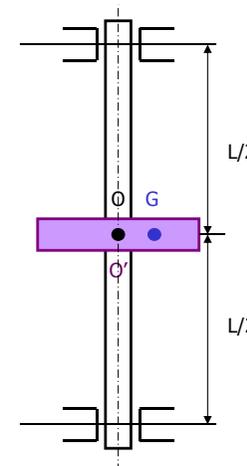
Lo schema più semplice è quello del rotore di Jeffcott, costituito da un albero che porta calettato in mezzeria un disco con massa eccentrica, dove:

O = punto di intersezione dell'asse passante per i cuscinetti e il disco

O' = centro geometrico del disco = punto ove è calettato l'albero

G = baricentro del disco di massa m

La sollecitazione è determinata dalla forza d'inerzia centrifuga rotante che agisce nel baricentro del disco G.



## Vibrazioni flessionali

O'G = e = eccentricità

OO' = y = freccia elastica

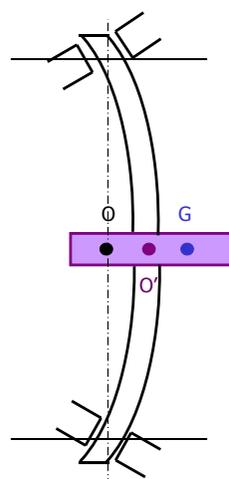
Trascurando attriti e gravità, il disco è sottoposto solo all'azione della forza centrifuga e della forza di richiamo elastico, che a regime si equilibrano:

Forza centrifuga:  $F_c = m\Omega^2(y + e)$

Forza di richiamo elastico:  $F_e = ky$

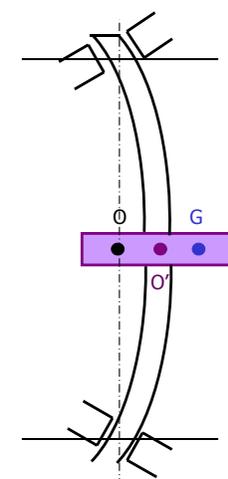
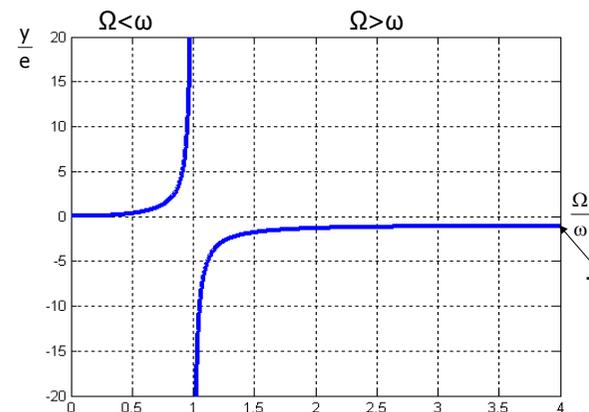
$$m\Omega^2(y + e) = ky \quad \Rightarrow \quad \frac{y}{e} = \frac{m\Omega^2}{k - m\Omega^2} = \frac{\frac{\Omega^2}{\omega^2}}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}}$$

Velocità critica flessionale:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$        $\Omega =$  velocità di rotazione dell'albero



## Vibrazioni flessionali

Per le vibrazioni flessionali, si valuta il rapporto tra la freccia elastica OO', che è variabile, e l'eccentricità O'G, che è fissa:



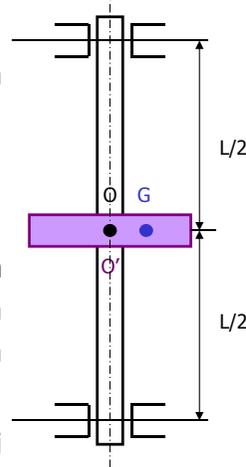
## Vibrazioni flessionali

Si osservi che la velocità critica flessionale  $\omega$  (o frequenza propria  $f_n$ ) dipende esclusivamente da:

- parametri geometrici (diametro del disco, lunghezza dell'albero, posizione in cui è calettato il disco);
- massa del disco;
- modulo di elasticità normale dell'albero.

Analogamente al caso delle vibrazioni longitudinali, se la velocità di rotazione dell'albero coincide con la velocità critica flessionale, il sistema entra in risonanza e la freccia elastica tende a crescere fino alla possibile rottura dell'albero.

Anche in questo caso, nella realtà sono presenti smorzamenti per cui il valore  $y/e$  non tende a infinito.



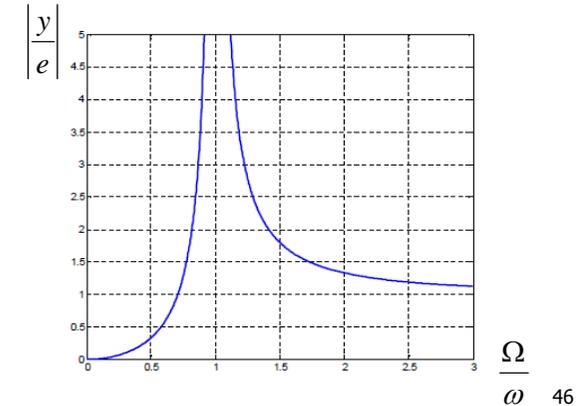
45

## Vibrazioni flessionali

Le vibrazioni flessionali sono sicuramente di maggiore interesse nello studio delle macchine rotanti rispetto a quelle longitudinali.

Si parla di macchine ad albero rigido quando la velocità di rotazione a regime del rotore  $\Omega$  è minore della prima velocità critica flessionale  $\omega_1$ : in genere  $\omega_1$  è circa 1,3 volte  $\Omega$ .

Si parla invece di macchine ad albero flessibile quando la velocità di rotazione a regime del rotore  $\Omega$  si trova tra la prima e la seconda velocità critica flessionale: in genere  $\Omega$  è circa 1,3÷1,4 volte  $\omega_1$ .



46

## Vibrazioni torsionali

Nelle vibrazioni torsionali si studiano i moti rotatori relativi fra sezioni contigue dell'albero. Tali moti relativi, a differenza dei moti flessionali, avvengono mantenendo invariata la forma dell'asse dell'albero.

Il moto vibratorio avviene in modo simile a quello visto per le vibrazioni longitudinali, con la differenza che agli spostamenti lineari della massa corrisponderanno le rotazioni del disco (che rappresenta la sezione dell'albero) e agli allungamenti della molla corrisponderanno le torsioni dell'albero.

Per "torsione" si indica la rotazione relativa tra sezioni contigue dell'albero attorno all'asse che rimane indeformato.

Anche in questo caso si determinano delle pulsazioni proprie delle oscillazioni torsionali che sono funzione dei parametri geometrici e di massa dell'albero e del suo modulo di elasticità tangenziale.

47

## Forzante periodica

Nelle macchine reali, generalmente le forzanti non sono schematizzabili mediante una singola funzione armonica, ma piuttosto mediante una funzione periodica  $F(t)$  di periodo  $T$ , sviluppabile in serie di Fourier:

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t) \quad \Omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{con: } a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \cos n\Omega t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \sin n\Omega t dt$$

48

## Forzante periodica

Quindi, ogni funzione periodica  $F(t)$  di periodo  $T$  può essere rappresentata come somma di funzioni armoniche, aventi diversa pulsazione.

Queste, a seconda del valore del termine  $n$ , sono dette armoniche di ordine  $n$  della funzione periodica  $F(t)$ .

Ogni armonica ha un diverso periodo ( $T, T/2, \dots, T/n$ ) e quindi una diversa frequenza ( $\Omega, 2\Omega, \dots, n\Omega$ ).

Si avrà quindi risonanza ogni volta che una delle pulsazioni proprie della macchina ( $\omega_1, \omega_2, \dots$ ) uguaglierà una delle frequenze delle armoniche che costituiscono la forzante.

## Vibrazioni di una macchina elettrica

Una macchina elettrica rotante, la sua struttura di supporto e il carico (o il motore primo) a cui è accoppiata formano un complesso sistema meccanico. Questo complesso è caratterizzato dalle proprie velocità critiche flessionali e torsionali (quelle longitudinali sono in genere poco significative) che dipendono dalle caratteristiche geometriche, dalla massa e dai moduli di elasticità di statore e rotore (compresi gli avvolgimenti), nonché dalla rigidità dei cuscinetti.

Poiché, come vedremo, sulla macchina agiscono diverse forzanti, non solo in condizioni di guasto, ma anche durante il suo normale funzionamento, le vibrazioni con cui avremo a che fare saranno di tipo forzato, con il rischio di trovarsi in condizioni di risonanza.

Il risultato può essere un livello di rumore elevato in modo inaccettabile o un progressivo degrado delle prestazioni che può terminare in un guasto effettivo della macchina.