

# AFFIDABILITÀ E DISPONIBILITÀ

#### Lucia FROSINI

Dipartimento di Ingegneria Industriale e dell'informazione Università di Pavia E-mail: lucia@unipv.it

#### Indice

- Affidabilità R(t) ("Reliability")
- Disponibilità A(t) ("Availability")
- Inaffidabilità (probabilità di guasto) F(t)
- Densità di probabilità di guasto f(t)
- Tasso di guasto λ(t)
- Criteri di classificazione dei guasti

L. Frosini

### Affidabilità (1/3)

L'affidabilità ("reliability") si propone di descrivere e misurare la "capacità" di funzionamento di dispositivi o sistemi di produzione.

Per ogni dato sistema, tale misura serve a quantificare il grado di "fiducia" che possiamo avere nel verificarsi del buon funzionamento del sistema, inteso come assolvimento degli obiettivi per i quali il sistema stesso è progettato e costruito.

Poiché le prestazioni di ogni sistema tendono inevitabilmente a degradare nel tempo, è opportuno che l'affidabilità di un sistema sia definita come la misura della sua attitudine a fornire nel tempo una prestazione soddisfacente.

Tale misura non è altro che un valore numerico, espresso su una scala di numeri reali tra 0 e 1, perché è definito in termini di probabilità.

L. Frosini

### Affidabilità (2/3)

La definizione più completa è quella che indica l'affidabilità di un elemento/sistema come la probabilità che l'elemento/sistema eseguirà una specifica funzione:

- sotto specifiche condizioni operative ed ambientali;
- ad un dato istante e/o per un prefissato intervallo di tempo.

<u>L'affidabilità è una probabilità</u>: non è una grandezza deterministica, che può essere determinata con formule analitiche, ma una variabile aleatoria, il cui valore può essere previsto solo attraverso considerazioni di tipo probabilistico.

Con il termine guasto ("failure") indichiamo invece la cessazione dell'attitudine di un dispositivo ad adempiere alla funzione richiesta, ovvero una variazione delle prestazioni del dispositivo che lo renda inservibile per l'uso al quale esso è destinato.

# Affidabilità (3/3)

La definizione di affidabilità è legata quindi alla specifica funzione che il sistema deve compiere ed alle condizioni operative nelle quali esso si trova.

Occorre definire quindi l'intento progettuale del sistema e chiedersi:

- qual è la <u>funzione</u> che il sistema deve effettivamente svolgere?
- quali sono i valori limite delle condizioni operative ed ambientali sotto le quali il sistema deve funzionare correttamente?
- in quale istante o intervallo di tempo il sistema deve funzionare?
- in quale modo le tecniche di diagnostica e manutenzione influenzano l'operatività del sistema?

(ad es. per un motore è importante il tipo di servizio per cui è richiesto, ad es. S1 = continuo, S2 = di durata limitata, S3 = intermittente periodico, ecc.)

L. Frosini

#### Affidabilità e sicurezza

L'analisi di affidabilità risulta particolarmente utile in quelle tipologie impiantistiche che utilizzano sostanze pericolose (impianti soggetti a "rischio di incidente rilevante", come ad es. le raffinerie, che possono coinvolgere anche aree adiacenti agli stabilimenti produttivi) per valutare la probabilità che il guasto di un componente o di un sistema possa determinare una sequenza incidentale con gravi conseguenze sull'incolumità delle persone.

Anche in impianti che non sono soggetti a rischio di incidente rilevante, un'analisi di affidabilità può avere benefici effetti sulla sicurezza, per esempio per garantire l'incolumità del personale addetto allo svolgimento di operazioni critiche (sostanze pericolose o macchine particolari) o per valutare l'affidabilità delle procedure operative normali e di quelle di emergenza.

6

#### L. Frosini

### Affidabilità e costi (1/2)

In un impianto industriale il costo annuo totale delle misure di riduzione del rischio comprende:

- costi di investimento: es. acquisto di nuove apparecchiature di sicurezza;
- costi di manutenzione degli impianti e delle apparecchiature di sicurezza;
- costi operativi: es. aggiunta di personale o addestramento dello stesso.

L. Frosini

5

### Affidabilità e costi (2/2)

Questi costi vengono valutati in funzione dell'affidabilità richiesta al sistema, in quanto questa può essere ottenuta con due diverse strategie:

1) richiedendo al fornitore un prodotto con <u>affidabilità molto elevata</u>: questo comporta costi rilevanti di progettazione e di produzione e, quindi, un costo d'acquisto piuttosto elevato ma minori costi di manutenzione;



legato all'<u>infanzia</u> del prodotto

2) richiedendo al fornitore un prodotto di affidabilità inferiore e, quindi, di costo inferiore, ma prevedendo un <u>adeguato programma di manutenzione</u>, con un aumento dei costi di manutenzione.



legato alla <u>vecchiaia</u> del prodotto

#### **Affidabilità**

La definizione di affidabilità presuppone che:

- 1) sia fissato in modo univoco il criterio per giudicare se l'elemento è funzionante o non funzionante (C). Per i sistemi bistabili (2 soli stati di funzionamento possibili) tale criterio è ovvio. Per altri sistemi è possibile individuare anche stati di funzionamento parziali che rappresentano vari livelli di prestazione: in questi casi lo stato di guasto è definibile una volta che venga fissato un limite ammissibile al di sotto del quale si parla di guasto (es. rendimento di un motore, intensità di una sorgente luminosa);
- 2) le **condizioni ambientali** (A) d'impiego siano stabilite e mantenute costanti nel periodo di tempo in questione;
- 3) sia definito <u>l'intervallo di tempo dall'istante 0 all'istante t</u> durante il quale si richiede che il componente funzioni (tempo di missione).

L. Frosini

# Affidabilità e disponibilità (1/2)

L'affidabilità, indicata con R ("Reliability"), risulta in generale funzione delle tre variabili sopra indicate:

$$R = R(C, A, t)$$

Fissati C ed A si ha:

$$R = R(t)$$

Nel caso in cui i sistemi o i componenti siano **riparabili**, si definisce anche una funzione detta **disponibilità** A(t) ("Availability").

Dalla definizione di affidabilità è evidente che, nel caso in cui sia prevista manutenzione, questa deve essere eseguita in intervalli di tempo non coincidenti con i tempi di missione: <u>la manutenzione rende il sistema non disponibile anche</u> per il tempo necessario alla sua riparazione.

10

L. Frosini

# Affidabilità e disponibilità (2/2)

La disponibilità è quindi una funzione che tiene conto sia dell'affidabilità del sistema sia degli aspetti manutentivi.

I problemi di affidabilità possono allora essere trattati come casi particolari di quelli di disponibilità per i quali il passaggio allo stato di guasto non consente il ritorno allo stato di funzionamento (perché non sono riparabili).

La norma CEI 56-50 "Terminologia sulla fidatezza e sulla qualità del servizio" definisce inoltre manutenibilità ("maintainability") l'attitudine di un dispositivo, in assegnate condizioni di utilizzo, ad essere mantenuto o riportato in uno stato nel quale può svolgere la funzione richiesta, quando la manutenzione è eseguita nelle condizioni date, con procedure e mezzi prescritti.

L. Frosini

9

11

# Affidabilità e inaffidabilità (1/4)

Consideriamo un campione di componenti costituito da un grande numero  $N_0$  di elementi uguali, tutti funzionanti all'istante  $t\!=\!0$  in determinate condizioni operative ed ambientali.

Misurando i parametri funzionali degli elementi, possiamo stabilire, ad ogni istante t, se essi sono ancora funzionanti o meno.

Se indichiamo con:

- ◆ N<sub>v</sub>(t) il numero di componenti funzionanti all'istante t;
- N<sub>a</sub>(t) il numero di componenti guasti all'istante t.

Si dovrà avere ovviamente per ogni istante t:

$$N_g(t) + N_v(t) = N_0$$

# Affidabilità e inaffidabilità (2/4)

Ricordando che la probabilità che un certo evento si verifichi è data dal rapporto tra il numero di esiti favorevoli a tale evento e il numero totale di eventi possibili, possiamo definire le due funzioni:

1) **Affidabilità R(t)**, come la probabilità per il singolo componente di essere ancora funzionante al tempo t (ossia <u>dopo un intervallo di tempo da 0 a t</u>):

$$R(t) = \frac{N_{v}(t)}{N_{0}}$$

2) **Inaffidabilità F(t)**, come la probabilità per il singolo componente di essere quasto al tempo t (ossia dopo un intervallo di tempo da 0 a t):

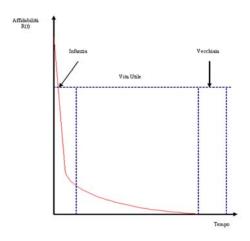
$$F(t) = \frac{N_g(t)}{N_0}$$

13

I. Frosini

# Affidabilità e inaffidabilità (3/4)

L'affidabilità di un componente varia a seconda del periodo di vita del componente stesso, come ad esempio nella seguente figura:



14

L. Frosini

# Affidabilità e inaffidabilità (4/4)

F(t) + R(t) = 1 R(t) + F(t) R(t) = 1 - F(t)

In questo grafico il tempo t in ascissa non rappresenta, in generale, il tempo solare, ma piuttosto il tempo reale di esercizio durante il quale si richiede che il componente sia effettivamente funzionante.

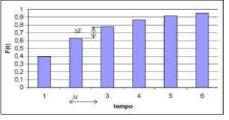
La F(t) è in pratica una <u>funzione cumulativa di guasto</u> espressa in termini di <u>percentuale rispetto al numero totale</u> di componenti  $N_0$ .

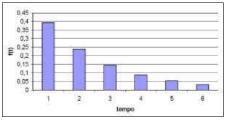
L. Frosini

# Densità di probabilità di guasto

Osservando le variazioni della funzione F(t) ad intervalli discreti di ampiezza  $\Delta t$ , si può definire anche la funzione f(t) chiamata densità di probabilità di guasto (o frequenza di guasto, nel caso discreto):

$$f(t) = \frac{\Delta F(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta N_g(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N_0}$$





Probabilità di guasto F(t)

Densità di probabilità di guasto f(t)

# Densità di probabilità di guasto

La funzione f(t) non è dimensionalmente una probabilità, ma rappresenta una probabilità parziale di guasto relativa all'intervallo [t,  $t+\Delta t$ ], ossia indica con quale frequenza un componente si guasta nell'intervallo [t,  $t+\Delta t$ ].

Per  $\Delta t$  che tende a zero, considerando la funzione F(t) continua, la f(t) è data dalla sua derivata:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{N_g(t + \Delta t) - N_g(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N_0} = \frac{dN_g(t)}{dt} \cdot \frac{1}{N_0}$$

La f(t) può essere espressa in p.u. ("per unità") per unità di tempo (secondo, ora, anno, ecc.).

L. Frosini

### Tasso di guasto

Il tasso di guasto istantaneo  $\lambda(t)$  è definito come la <u>frequenza di guasto in valore relativo</u> rispetto al totale degli oggetti superstiti  $N_v$  al tempo t:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{N_v(t)/N_0} = f(t) \cdot \frac{N_0}{N_v(t)} = \left(\frac{dF(t)}{dt}\right) \cdot \frac{N_0}{N_v(t)}$$

Considerando le funzioni discrete, si ha:

$$\lambda(t) = f(t) \cdot \frac{N_0}{N_v(t)} = \left(\frac{\Delta N_g(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N_0}\right) \cdot \frac{N_0}{N_v(t)} = \frac{\Delta N_g(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N_v(t)}$$

La funzione  $\lambda(t)$  rappresenta la frazione di popolazione che si guasta in un intervallo  $\Delta t$  rapportata al numero dei componenti ancora funzionanti all'istante t.

18

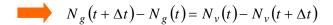
L. Frosini

## Tasso di guasto

Nel caso particolare in cui il tasso di guasto  $\lambda(t)$  si mantiene costante nel tempo (guasti casuali) verrà indicato semplicemente con  $\lambda$ .

Un altro modo di vedere la frequenza di guasto e il tasso di guasto parte dalla seguente considerazione:

$$N_g(t) + N_v(t) = N_g(t + \Delta t) + N_v(t + \Delta t)$$



La frequenza di guasto è quindi data da:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{N_g(t + \Delta t) - N_g(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N_0} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{N_v(t) - N_v(t + \Delta t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N_0} = -\frac{dN_v(t)}{dt} \cdot \frac{1}{N_0} = -\frac{dR(t)}{dt}$$

L. Frosini

17

19

# Tasso di guasto

Il tasso di guasto può essere espresso anche come:

$$\lambda(t) = f(t) \cdot \frac{N_0}{N_v(t)} = \left(-\frac{dN_v(t)}{dt} \cdot \frac{1}{N_0}\right) \cdot \frac{N_0}{N_v(t)} = -\frac{dN_v(t)}{dt} \cdot \frac{1}{N_v(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Il <u>tasso di guasto</u> è quindi il rapporto, cambiato di segno, tra la derivata rispetto al tempo del numero di oggetti sopravvissuti al tempo t e il numero dei sopravvissuti stessi, ovvero è la <u>variazione relativa del numero di oggetti funzionanti, causata da un guasto, rispetto al tempo.</u>

# Tasso di guasto

L'unità di misura di  $\lambda(t)$  è la percentuale di guasti per unità di tempo e può assumere valori compresi tra:

- zero: quando non vi sono guasti nell'intorno dell'istante considerato;
- infinito: quando tutti i componenti  $N_v(t)$  ancora funzionanti si guastano allo stesso istante.

Per un generico sistema, è possibile determinare il tasso di guasto di ciascuno dei componenti che lo costituisce, facendo riferimento sia a considerazioni di tipo statistico, sia a parametri forniti dal costruttore, prestando ben attenzione al periodo di vita del componente che si sta considerando.

Il tasso di guasto può essere espresso in termini di FIT (Failure In Time), che corrisponde a un guasto per un miliardo di ore di funzionamento.

L. Frosini

# Tasso di guasto

Nel caso più semplice in cui si possa ritenere  $\underline{\lambda}$  costante, generalmente si assume:

• affidabilità:

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

Di conseguenza si ottengono:

• probabilità di guasto:

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

• densità di probabilità di guasto:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}$$

• tasso di guasto:

$$\frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda$$

21

L. Frosini

# I parametri di affidabilità e disponibilità

Il principale parametro di **affidabilità** è il tempo medio al guasto, detto **MTTF** ("Mean Time To Failure"): esso rappresenta il tempo medio fra l'istante 0, in cui il componente è funzionante, e l'istante del suo guasto.

È definito come:

$$MTTF = \int_0^\infty t \cdot f(t) dt$$

Nel caso in cui  $\lambda$  è costante, si ha:

$$MTTF = \int_0^\infty t \cdot \lambda e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^\infty t \cdot e^{-\lambda t} dt$$

Sapendo che:

$$\int x \cdot e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a} \left( x - \frac{1}{a} \right)$$

Si ottiene:

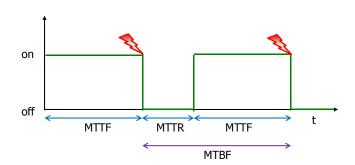
$$\boxed{MTTF} = \lambda \left[ \frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda} \left( t - \frac{1}{-\lambda} \right) \right]_0^{\infty} = \lambda \left[ 0 - \left( -\frac{1}{\lambda} \left( 0 + \frac{1}{\lambda} \right) \right) \right] = \lambda \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda}$$

L. Frosini

# I parametri di affidabilità e disponibilità

Il principale parametro di **disponibilità** è il tempo medio al ripristino **MTTR** ("Mean Time To Repair"): esso esprime il tempo medio che intercorre tra l'insorgenza di un guasto ed il completamento della sua riparazione.

Un parametro che dipende dai due precedenti è il tempo medio che intercorre tra due guasti, detto MTBF ("Mean Time Between Failure"), ed è ovviamente applicabile solo a componenti riparabili.



22

# I parametri di affidabilità e disponibilità

 $\label{thm:continuous} Quanto\ dev'essere\ grande\ il\ MTTF\ per\ avere\ un'elevata\ affidabilit\ and\ and\ affidabilit\ and\ affidabili$ 

Sappiamo che, per  $\lambda$  costante:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \qquad MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

Il tempo di missione è t, quindi:

Se: 
$$t = MTTF = \frac{1}{\lambda}$$
  $R(t) = e^{-1} \approx 0.368$ 

Se: 
$$t = \frac{MTTF}{10} = \frac{1}{10\lambda}$$
  $R(t) = e^{-1/10} \cong 0.905$ 

Se: 
$$t = \frac{MTTF}{100} = \frac{1}{100 \, \lambda}$$
  $R(t) = e^{-1/100} \cong 0,990$ 

Per avere <u>un'affidabilità</u> <u>molto elevata</u> fino al termine del tempo di missione, occorre che il <u>MTTF sia almeno cento</u> <u>volte più grande del tempo di missione</u>.

L. Frosini

## Il concetto di guasto

Come già detto, la norma CEI 56-60 definisce il termine guasto ("failure") come la <u>cessazione dell'attitudine di un oggetto ad eseguire la funzione richiesta</u>, ovvero una variazione delle prestazioni di un dispositivo che lo renda inservibile per l'uso al quale esso è destinato.

Di seguito sono riportati alcuni criteri di classificazione dei guasti:

		CRITERIO DI GUASTO		
		ENTITÁ	IMPATTO	VITA DEL DISPOSITIVO
	TIPO DI	parziali	primari	infantili
	GUASTO	totali	critici	casuali
		intermittenti	secondari	da usura

25

26

L. Frosini

## Criterio per entità

Un dispositivo risulta guasto anche quando non esegue correttamente la funzione per la quale è stato progettato.

Secondo questo criterio possiamo suddividere i guasti in 3 categorie:

- <u>guasti parziali</u>: determinano una variazione delle prestazioni del dispositivo tale da non compromettere del tutto il funzionamento (es. degrado del rendimento di un motore);
- guasti totali: causano una variazione delle prestazioni del dispositivo tale da impedirne del tutto il funzionamento;
- guasti intermittenti: dovuti ad una successione casuale di periodi di guasto e di periodi di funzionamento, senza che ci sia alcun intervento di manutenzione (esempio tipico il blocco di funzionamento di un computer che riprende a funzionare dopo che viene spento e riacceso).

L. Frosini

# Criterio per impatto

La condizione di guasto si riferisce in generale al solo dispositivo preso in esame: se tale componente è inserito in un sistema più complesso, il suo guasto può anche non causare il guasto dell'intero sistema, pur avendo effetti negativi sulla sua affidabilità. Ad es. un guasto meccanico al motore rende inservibile un'automobile, mentre se si guasta il tachimetro l'automobile continua a funzionare, anche se non riusciamo a sapere a che velocità stiamo procedendo. Possiamo allora distinguere:

- guasti di secondaria importanza: quelli che non riducono la funzionalità dell'intero sistema del quale fanno parte;
- guasti di primaria importanza: quelli che riducono la funzionalità dell'intero sistema del quale fanno parte;
- guasti critici: ancora più gravi dei guasti di primaria importanza, rappresentano un rischio per l'incolumità delle persone.

#### L. Frosini

# Criterio per vita del dispositivo

Un'altra importante classificazione dei guasti è quella che distingue tre tipologie di guasto in base alla loro distribuzione durante la vita di una famiglia di componenti uguali (e nelle stesse condizioni operative e ambientali):

◆ guasti infantili: avvengono nel primo periodo di vita dei componenti
(periodo di rodaggio). La probabilità che si verifichino decresce gradualmente,
poiché la natura di questi guasti è legata a difetti intrinseci (congeniti) dei
componenti che non sono emersi durante i collaudi; in presenza di una buona
progettazione, essi sono dovuti essenzialmente ad errori di costruzione e,
principalmente, di montaggio; il periodo durante il quale si manifestano i guasti
di questo tipo può variare da poche decine ad alcune centinaia di ore di
funzionamento. Possono essere ridotti al minimo (ma non a zero) con un
adeguato sistema di controllo qualità.

## Criterio per vita del dispositivo

• <u>guasti casuali</u>: sono quelli che si verificano durante l'intera vita dei componenti e presentano una probabilità di verificarsi che è indipendente dal tempo; sono dovuti a <u>fattori incontrollabili</u> che neanche un buon progetto ed una buona esecuzione possono eliminare;

**◆ guasti per usura**: sono quelli che si verificano solo nell'ultimo periodo di vita dei componenti e sono dovuti a fenomeni di <u>invecchiamento e deterioramento</u>; perciò la loro probabilità di accadimento cresce con il passare del tempo. Possono essere ridotti con una opportuna strategia di manutenzione.

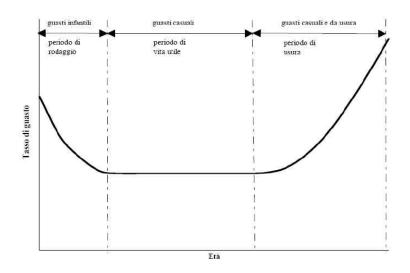
Se consideriamo una popolazione di componenti nuovi, tutti uguali, e li facciamo funzionare nelle medesime condizioni operative ed ambientali a partire dallo stesso istante t=0, è possibile tracciare il diagramma mostrato in figura, il quale riporta in funzione dell'età dei componenti l'andamento del tasso di guasto istantaneo degli stessi.

29

#### 30

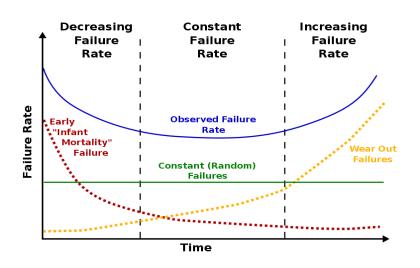
#### L. Frosini

## Tasso di guasto in funzione dell'età



L. Frosini

# Tasso di guasto in funzione dell'età



#### 1. Frosini

# Criterio per vita del dispositivo

Tale funzione rappresenta la frequenza con la quale si guastano i componenti e si misura in **percentuale di guasti** (rapportata al numero di componenti ancora in vita) **per unità di tempo**.

Il diagramma in figura assume una caratteristica forma a "vasca da bagno" ("bathtub curve") che consente di visualizzare in modo chiaro la precedente classificazione in guasti infantili, casuali e per usura.

Il periodo dei guasti infantili corrisponde al tratto iniziale della curva (periodo di rodaggio) al quale corrisponde un tasso di guasto decrescente: la frequenza dei guasti, che è inizialmente elevata perché si guastano tutti quei componenti che risultano più "deboli" a causa di errori di costruzione o di montaggio, tende a decrescere rapidamente e si stabilizza su un valore minimo. Questo valore minimo del tasso di guasto si mantiene pressoché costante per un intervallo di tempo al quale si dà il nome di "vita utile", caratterizzato da guasti solo di tipo casuale.

# Criterio per vita del dispositivo

Il periodo di vita utile dei componenti si può considerare concluso quando cominciano ad intervenire fenomeni di usura, a causa dei quali la frequenza dei guasti tenderà ad aumentare mettendo rapidamente fuori uso tutti i componenti sopravvissuti ai precedenti periodi di esercizio.

La figura evidenzia che durante il periodo di rodaggio non sono presenti solo guasti infantili ma anche guasti di tipo casuale, i quali si sovrappongono ai precedenti; allo stesso modo nel periodo finale dei guasti per usura a questi si sovrappongono ancora i quasti di tipo casuale.

34

#### L. Frosini

#### Altri criteri di classificazione

- <u>guasti progressivi</u>: potrebbero essere previsti (e quindi evitati) con un monitoraggio delle condizioni. A loro volta, i guasti possono essere distinti in lentamente o velocemente progressivi: in base alla velocità con cui progrediscono, si può valutare l'opportunità di impiegare un opportuno metodo diagnostico per individuare il guasto in uno stadio precoce;
- improvvisi: non possono essere previsti ed evitati.
- intrinseci: attribuibili a debolezze inerenti al dispositivo;
- <u>estrinseci</u>: attribuibili all'applicazione di sollecitazioni superiori alle possibilità definite del dispositivo (ad es. temperature ambiente superiori a quelle per cui è stata progettata la macchina, sovraccarichi, sovratensioni, ecc.).

L. Frosini

33

# Affidabilità nei sistemi complessi

Nei sistemi complessi sono generalmente contenuti più componenti, ciascuno dei quali caratterizzato dalla propria affidabilità.

In base alla modalità di interazione di questi è possibile distinguere tra:

- @ sistemi con struttura in serie;
- @ sistemi con struttura in parallelo.

Un sistema complesso presenta una struttura **in serie** quando ogni elemento di cui è composto risulta fondamentale per il corretto funzionamento dell'intero sistema, nelle condizioni prestabilite in fase progettuale.

Ciò comporta che in caso di guasto di un solo componente tutto il sistema risulta non funzionante.

#### Affidabilità nei sistemi in serie

L'affidabilità di un sistema in serie è data dalla probabilità che all'istante t siano funzionanti tutti gli n elementi costituenti.

Supponendo che i guasti che coinvolgono i vari componenti siano tra loro statisticamente indipendenti, definita  $R_i(t)$  l'affidabilità dell'i-esimo elemento, l'affidabilità complessiva dell'intero sistema  $R_s(t)$  risulterà:

$$R_s(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot \dots \cdot R_n(t)$$

Nel caso di tasso di guasto costante si avrà:

$$R_s(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t}$$

1. Frosini

#### Affidabilità nei sistemi in serie

Dall'espressione precedente si deduce che l'affidabilità di un sistema tipo serie diminuisce all'aumentare del numero di componenti che lo costituiscono.

Il tasso di guasto complessivo è pari alla somma dei tassi di guasto dei singoli elementi.

L'affidabilità complessiva è numericamente minore del più piccolo valore di affidabilità presente tra i vari componenti.



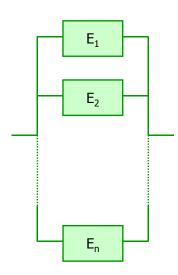
37

L. Frosini

# Affidabilità nei sistemi in parallelo

Un sistema complesso presenta invece una struttura **parallela** (o **ridondante**) quando il non funzionamento di un singolo elemento non compromette l'integrità dell'intero sistema.

Ciò significa che, nel caso di un sistema costituito da n componenti, per provocarne il guasto sarebbero necessari n guasti contemporanei.



L. Frosini

# Affidabilità nei sistemi in parallelo

Nel caso di sistemi in parallelo, la probabilità di guasto (inaffidabilità) è data da:

$$F_p(t) = F_1(t) \cdot F_2(t) \cdot \dots \cdot F_n(t)$$

$$1 - R_p(t) = (1 - R_1(t)) \cdot (1 - R_2(t)) \cdot \dots \cdot (1 - R_n(t))$$

$$R_p(t) = 1 - (1 - R_1(t)) \cdot (1 - R_2(t)) \cdot \dots \cdot (1 - R_n(t))$$

$$R_p(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right) \cdot \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - e^{-\lambda_n t}\right)$$

38

# Affidabilità nei sistemi in parallelo

Nel caso più semplice di due soli elementi in parallelo, si ha:

$$R_{p12}(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right) \cdot \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} + e^{-\lambda_1 \lambda_2 t}\right)$$



$$R_{p12}(t) = e^{-\lambda_1 t} + e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 \lambda_2 t}$$

Contrariamente al caso serie, in un sistema con struttura parallelo l'affidabilità aumenta con il numero dei componenti e, da un punto di vista numerico, è maggiore di quella dell'elemento più affidabile.

Il MTTF di un sistema con due elementi in parallelo è quindi dato da:

$$MTTF_{p12} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}$$
 Parallelo attivo

L. Frosini

41

### Affidabilità nei sistemi in parallelo

Nel caso di un numero elementi in parallelo maggiore di due, i calcoli diventano più complessi.

Si osserva che quanto detto vale per i cosiddetti sistemi in **parallelo attivo**, ossia <u>quando due o più elementi sono contemporaneamente funzionanti e, anche se uno dei due non funziona, l'altro/gli altri portano avanti la missione del sistema complessivo.</u>

Se invece sono presenti due elementi di cui solo uno funzionante, mentre il secondo si attiva solo nel momento in cui l'altro si guasta per garantire l'operatività del sistema, si parla di parallelo passivo (o in stand-by).

In questo caso, il MTTF dei due componenti è pari alla somma dei MTTF:

$$MTTF_{p12} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$$
 Parallelo passivo