



Il motore asincrono (*induction motor*) (1° parte): principi di funzionamento

Lucia FROSINI

Dipartimento di Ingegneria Industriale e dell'Informazione,
Università di Pavia
E-mail: lucia@unipv.it

1

L. Frosini

Funzionamento parte elettrica a rotore fermo

Partiamo dalla situazione in cui il rotore è fermo e gli avvolgimenti di statore sono alimentati dalla rete a frequenza f .

Gli avvolgimenti di statore assorbono dalla rete una terna di correnti a frequenza f tale da creare il campo magnetico rotante al traferro, avente pulsazione $\omega_0 = 2\pi f/p_p$.

Il flusso magnetico Φ a sua volta si concatena con il circuito elettrico che lo ha prodotto.

Il concatenamento di flusso da parte di una fase di statore dipende da come la fase stessa è distribuita lungo il traferro.

Di conseguenza, **i fenomeni indotti in due cave contigue saranno sfasati temporalmente.**

Quindi, se le fasi di statore sono sfasate di 120° elettrici nello spazio, i fenomeni indotti nelle stesse saranno sfasati di 120° nel tempo.

2

L. Frosini

Funzionamento parte elettrica a rotore fermo

Il flusso magnetico Φ induce in ciascuna fase di statore (costituita da N_1 conduttori) la seguente f.e.m. indotta (valore efficace):

$$\text{f.e.m. indotta in ciascuna fase dello statore, a rotore fermo: } E_{10} = K_1 \Phi f N_1$$

dove: $K_1 = 2k_f f_{d1} f_{p1}$

k_f = fattore di forma del campo magnetico = 1,11 se è sinusoidale

f_{d1} = fattore di distribuzione dell'avvolgimento di statore

f_{p1} = fattore di passo dell'avvolgimento di statore (minore di 1 nel caso di passo raccorciato)

Queste sono forze contro-elettromotrici, analoghe a quelle indotte nell'avvolgimento primario di un trasformatore.

3

L. Frosini

Funzionamento parte elettrica a rotore fermo

Da dove viene questa formula? Ricordiamo che il valore efficace della f.e.m. indotta in una spira da un flusso sinusoidale ad essa perpendicolare è:

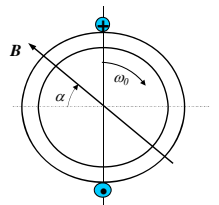
$$E_{spira} = \frac{E_M}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f \Phi_M}{\sqrt{2}} \cong 4,44 f \Phi_M \quad (\text{vista per il trasformatore})$$

Poiché una spira è costituita da 2 conduttori, la f.e.m. indotta in un conduttore è:

$$E_{conduttore} \cong 2 \cdot 1,11 f \Phi_M$$

Ma il flusso è prodotto dal **campo magnetico rotante**, che in ogni istante varia la sua posizione. Quindi, **al generico istante t , in cui il vettore del campo si trova sfasato di un angolo α rispetto alla retta perpendicolare alla spira, il flusso che si concatena con la spira** è dato da:

$$\Phi(\alpha, t) = \Phi_M \cos(p_p \alpha + \omega t)$$



4

Funzionamento parte elettrica a rotore fermo

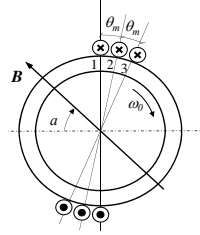
Consideriamo tre spire, appartenenti alla stessa fase e disposte in tre cave adiacenti, distanti ciascuna di un angolo meccanico θ_m .

Il flusso concatenato all'istante t con ciascuna spira sar :

$$\Phi_1(t) = \Phi_M \cos(p_p \alpha + \omega t)$$

$$\Phi_2(t) = \Phi_M \cos(p_p (\alpha + \theta_m) + \omega t)$$

$$\Phi_3(t) = \Phi_M \cos(p_p (\alpha + 2\theta_m) + \omega t)$$



Questa   l'espressione del campo rotante, che ruota con velocit  $\omega_0 = \omega/p_p$.

Il vettore spaziale B ruota a velocit  ω/p_p , ma lungo la circonferenza si susseguono p_p paia poli: dal punto di vista elettrico, le f.e.m. indotte avranno sempre la stessa pulsazione $\omega = 2\pi f$.

5

Funzionamento parte elettrica a rotore fermo

Si pu  dire che la pulsazione delle f.e.m. indotte   pari alla velocit  elettrica del campo magnetico rotante (ω).

Di fatto, la frequenza della tensione e della corrente di statore non sono influenzate dal numero dei poli (perch  lo statore   l'induttore).

Su ciascuna spira si induce una f.e.m.:

$$E_1(t) = 2\pi f \Phi_M \sin(\omega t)$$

$$E_2(t) = 2\pi f \Phi_M \sin(\omega t + \theta)$$

$$E_3(t) = 2\pi f \Phi_M \sin(\omega t + 2\theta)$$

Quindi nelle tre spire si inducono tre f.e.m. di uguale ampiezza, ma sfasate in ritardo l'una rispetto all'altra di un angolo elettrico $\theta = p_p \theta_m$.

6

Funzionamento parte elettrica a rotore fermo

La f.e.m. totale ai capi delle tre spire in serie   data dalla somma vettoriale delle tre:

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3$$

Questa somma vettoriale   inferiore alla somma algebrica delle tre.

  possibile dimostrare che, in generale, la somma vettoriale di N_1 f.e.m. di uguale ampiezza E_i , sfasate di un angolo elettrico θ ,   data da:

$$E_{tot} = N_1 f_{d1} E_i$$

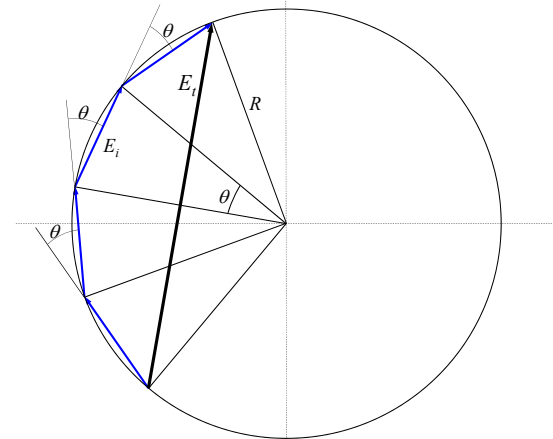
Dove f_{d1}   il fattore di distribuzione dell'avvolgimento di statore:

$$f_{d1} = \frac{\sin\left(\frac{q_1 \theta}{2}\right)}{q_1 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad f_{d1} = 1 \div 0,955 \quad \text{diminuisce all'aumentare di } q_1$$

q_1   il numero di cave di statore per polo e per fase.

7

Calcolo del fattore di distribuzione



$$E_i = 2R \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\sum_1^{q_1} |\mathbf{E}_i| = 2R q_1 \sin \frac{\theta}{2}$$

$$|\mathbf{E}_t| = 2R \sin \frac{q_1 \theta}{2}$$

q_1   il numero di cave di statore per polo e per fase

$$f_d = \frac{|\mathbf{E}_t|}{\sum_1^{q_1} |\mathbf{E}_i|} = \frac{2R \sin \frac{q_1 \theta}{2}}{2R q_1 \sin \frac{\theta}{2}}$$

$$f_d = \frac{\sin(q_1 \theta / 2)}{q_1 \sin(\theta / 2)}$$

diminuisce all'aumentare di q_1

8

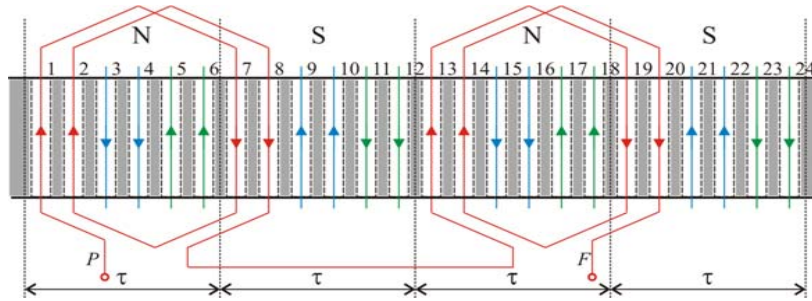
Funzionamento parte elettrica a rotore fermo

Esempio:

$p = 4$ poli

$Q_1 = 24$ cave

$q_1 = 2$ cave per polo e per fase



Conduttori intervallati di un passo polare hanno f.e.m. in opposizione di fase, ossia sfasate di 180° elettrici, come per es. quelli nelle cave 1 e 7.

Lo sfasamento di 360° elettrici corrisponde a due passi polari.

L'angolo meccanico di cava è lo sfasamento angolare tra gli assi di due cave adiacenti:

$$\theta_m = \frac{360^\circ}{Q_1}$$

9

Funzionamento parte elettrica a rotore fermo

L'angolo elettrico di cava è: $\theta = p_p \theta_m = p_p \frac{360^\circ}{Q_1}$

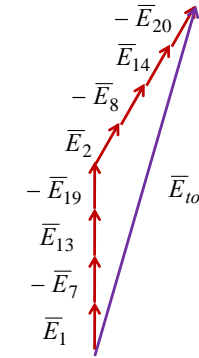
Nel caso di macchina a due poli, gli angoli elettrici e meccanici coincidono.

Nel caso di macchina a 4 poli, come nella figura precedente, **si ha lo sfasamento di 360° elettrici in corrispondenza di 180° meccanici**, pari a due passi polari e a mezza circonferenza statorica.

Nel caso in figura:

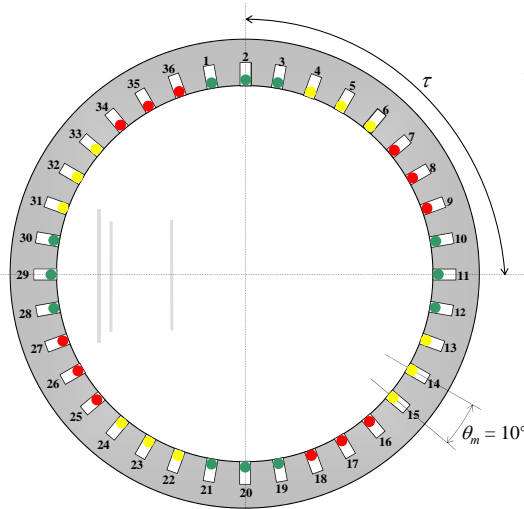
$$\theta_m = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$$

$$\theta = 2 \cdot \frac{360^\circ}{24} = 30^\circ$$



10

Esempi di avvolgimenti di statore



$m = 3$ fasi

$p = 4$ poli

$q_1 = 3$ cave per polo e per fase

$Q_1 = 3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$ cave di statore

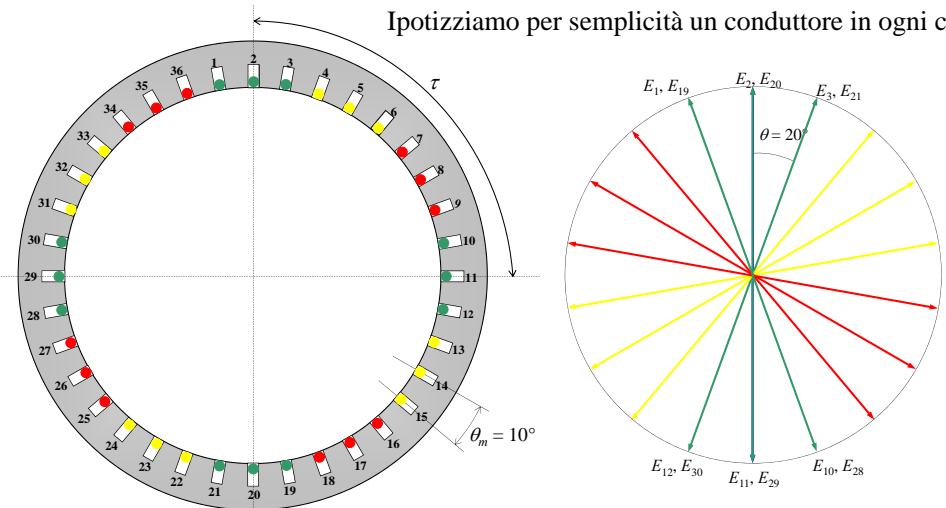
$$\theta_m = \frac{360^\circ}{36} = 10^\circ$$

$$\theta = \frac{p}{2} \theta_m = 10 \cdot 2 = 20^\circ$$

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

11

Ipotizziamo per semplicità un conduttore in ogni cava:



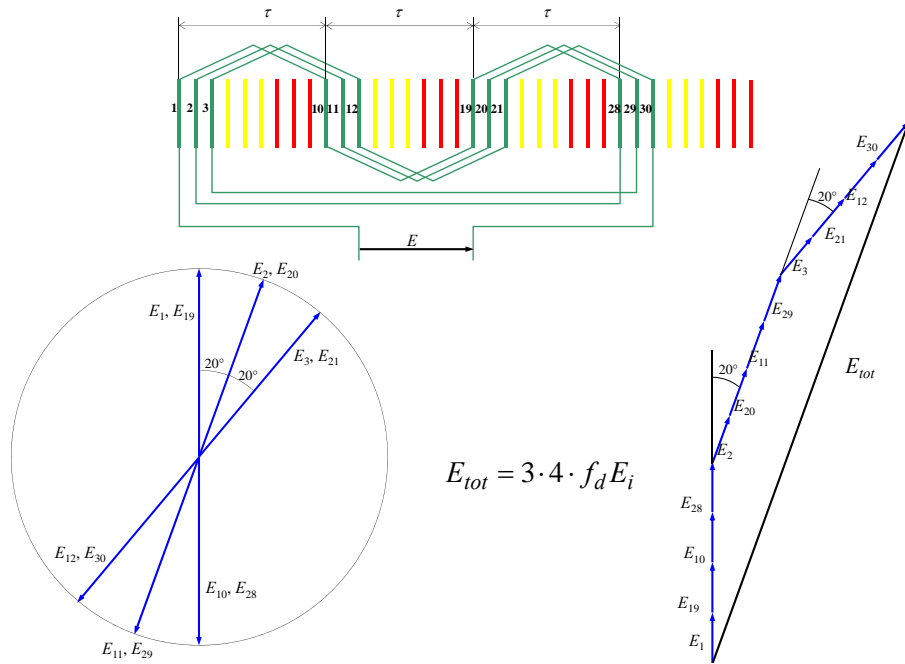
4 poli

36 cave

numero totale di conduttori	36
numero di conduttori per fase	$N_1 = 36/3 = 12$
numero di conduttori per polo e per fase	$N_1/p = 12/4 = 3$
numero di strati	strati = 1
numero di conduttori in serie per ogni fase	$N_1 \cdot \text{strati} = 12$

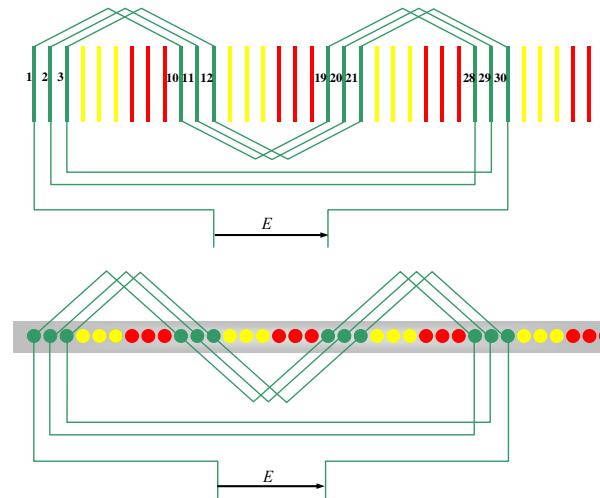
12

Avvolgimento ondulato embricato



13

Avvolgimento ondulato embricato

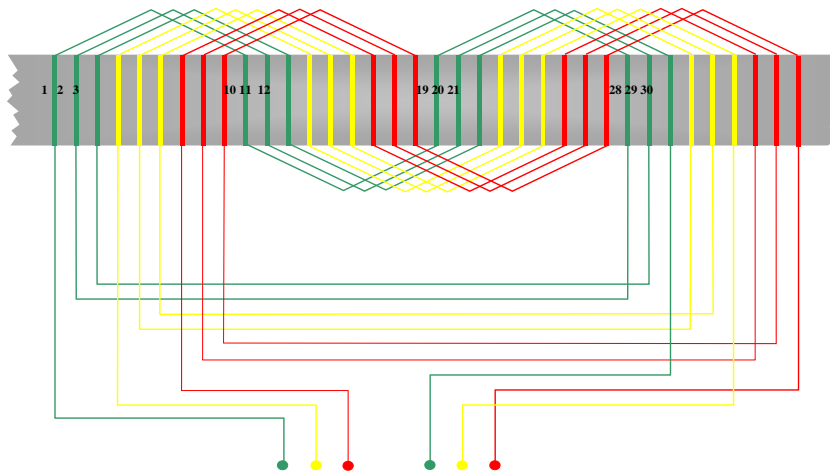


Ipotizziamo per semplicità un conduttore in ogni cava:

numero totale di conduttori	36
numero di conduttori per fase	$N_1 = 36/3 = 12$
numero di conduttori per polo e per fase	$N_1/p = 12/4 = 3$
numero di strati	$strati = 1$
numero di conduttori in serie per ogni fase	$N_1 \cdot strati = 12$

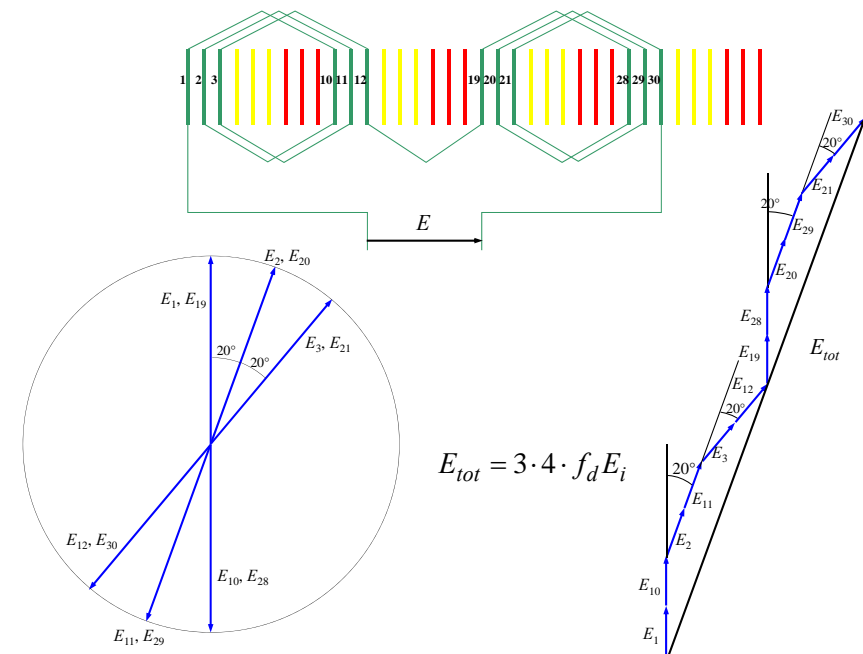
14

Macchina a 4 poli, 3 cave per polo e per fase, avvolgimento ondulato embricato



15

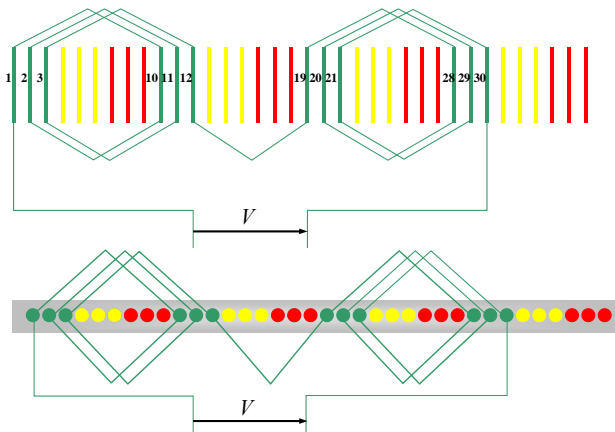
Avvolgimento a spirale embricato



16

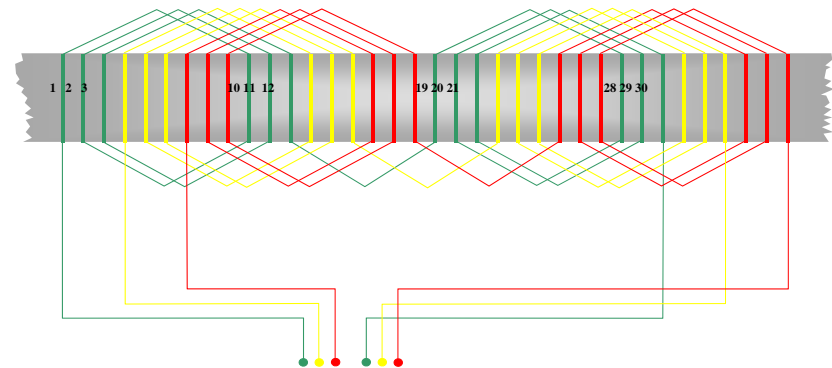
Avvolgimento a spirale embricato

numero totale di conduttori	36
numero di conduttori per fase	$N_1 = 36/3 = 12$
numero di conduttori per polo e per fase	$N_1/p = 12/4 = 3$
numero di strati	$strati = 1$
numero di conduttori in serie per ogni fase	$N_1 \cdot strati = 12$



17

Macchina a 4 poli, 3 cave per polo e per fase, avvolgimento a spirale embricato



18

Funzionamento parte elettrica a rotore fermo

Nella macchina asincrona siamo in presenza di due circuiti elettrici: oltre a quello di statore, c'è anche quello di rotore.

Il flusso magnetico Φ si concatena anche con il circuito elettrico di rotore, inducendo in ciascuna fase di rotore (costituita da N_2 conduttori) la seguente f.e.m. indotta:

$$\text{f.e.m. indotta in ciascuna fase del rotore, a rotore fermo: } E_{20} = K_2 \Phi f N_2$$

dove: $K_2 = 2k_f f_{d2}$

k_f = fattore di forma del campo magnetico = 1,11 se è sinusoidale

f_{d2} = fattore di distribuzione dell'avvolgimento di rotore

A rotore fermo, la frequenza delle tensioni indotte nel rotore è quella di alimentazione.

19

Funzionamento parte elettrica a rotore fermo

Gli avvolgimenti di rotore sono chiusi in corto circuito e il rotore è libero di muoversi.

Le f.e.m. indotte in ciascuna fase del rotore fanno circolare delle correnti rotoriche di tipo sinusoidale.

Si crea un campo magnetico rotante di rotore, che, a rotore fermo, ha la stessa pulsazione del campo magnetico di statore ($\omega_0 = \omega/p_p = 2\pi f/p_p$).

In questa situazione si hanno:

- conduttori di rotore percorsi da corrente immersi in un campo magnetico;
- conduttori di statore percorsi da corrente immersi in un campo magnetico.

➔ Essi sono sottoposti all'azione delle forze di Lorentz, che determinano la formazione di una coppia motrice, che fa girare il rotore.

20

Funzionamento a rotore in movimento

Le tensioni e le correnti indotte negli avvolgimenti di rotore sono proporzionali alla velocità relativa dei conduttori rispetto al campo magnetico di statore, che è rotante con velocità ω_0 .

Pensando alla legge di Lenz di azione e reazione, le forze che si inducono sul rotore saranno tali da opporsi alla causa che le ha prodotte e quindi il rotore cercherà di diminuire la sua velocità relativa rispetto al campo magnetico di statore.

Per questo il rotore inizierà a ruotare nello stesso verso del campo magnetico rotante.

➔ La macchina asincrona è AUTOAVVIANTE.

In questo modo, si riduce la velocità relativa e di conseguenza si riducono le f.e.m. indotte in ciascuna fase del rotore.

Il moto si stabilizza a una velocità tale da sviluppare una coppia motrice che assicuri l'equilibrio meccanico, in cui il rotore ruota a una certa velocità ω_r , nello stesso verso di ω_0 .

$$s = \frac{\omega_0 - \omega_r}{\omega_0}$$

21

Funzionamento a rotore in movimento

La velocità di rotore non potrà mai raggiungere ω_0 perché si avrebbe velocità relativa nulla e quindi tensioni e correnti rotoriche indotte nulle e coppia motrice nulla.

La pulsazione di alimentazione *relativa* che gli avvolgimenti di rotore “vedono” è $(\omega - p_p \omega_r) = s \omega$.

Di conseguenza, **quando il rotore ruota a velocità ω_r , negli avvolgimenti di rotore circolerà un sistema trifase di correnti con pulsazione $(\omega - p_p \omega_r) = s \omega$** , che sostiene un campo magnetico trifase che ruota con velocità $(\omega_0 - \omega_r) = s \omega_0$.

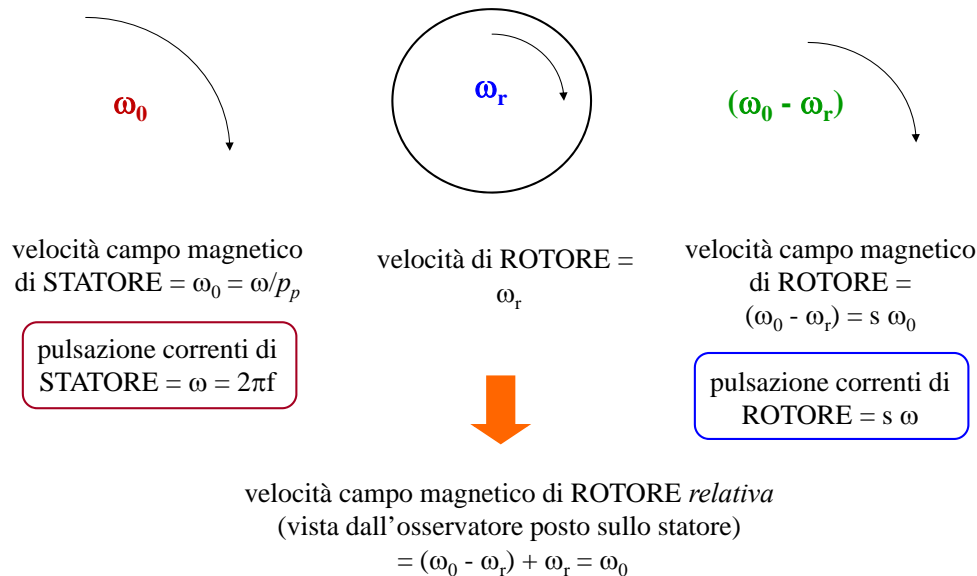
L'osservatore posto sullo statore “vede” un campo magnetico rotante prodotto dal rotore che ruota a velocità $(\omega_0 - \omega_r) + \omega_r = \omega_0$.

Pertanto, anche quando il rotore ruota, vi è isofrequenzialità tra i due campi rotanti, quello di statore e quello di rotore.

Quindi si ha coppia media non nulla finché il rotore ruota a velocità diversa da quella di sincronismo ω_0 .

22

Funzionamento a rotore in movimento



23

Funzionamento a rotore in movimento

Questo è il principio alla base del funzionamento della macchina asincrona.

Pertanto, il **rotore** di una macchina asincrona **ruota** a velocità ω_r inferiore a quella corrispondente alla **velocità del campo rotante di statore ω_0** .

Quindi, il **campo magnetico di rotore ruota** a una velocità $(\omega_0 - \omega_r)$ variabile con la velocità di rotazione del rotore.

In condizioni nominali, la differenza $(\omega_0 - \omega_r)$ è pari a qualche percento della ω_0 .

Di conseguenza, anche la **pulsazione delle correnti di rotore** sarà pari a $(\omega - p_p \omega_r)$ e quindi a qualche percento di ω in condizioni nominali.

s è lo scorrimento: $s = \frac{\omega_0 - \omega_r}{\omega_0} = \frac{f - f_r}{f}$ ➔ $\omega_r = (1 - s)\omega_0$

A rotore fermo: $\omega_r = 0 \Rightarrow s = 1$

24

Funzionamento a rotore in movimento

f.e.m. indotta nell'avvolgimento di rotore:

$$\begin{array}{ll} \text{f.e.m. indotta in ciascuna fase del rotore fermo } (\omega_r = 0) & E_{20} = K_2 \Phi f N_2 \\ \text{f.e.m. indotta in ciascuna fase del rotore in rotazione} & E_2 = K_2 \Phi (f - f_r) N_2 \end{array}$$

$$E_2 = K_2 \Phi f \frac{f - f_r}{f} N_2 = s E_{20}$$

$$\begin{array}{ll} \text{f.e.m. indotta a rotore fermo } (s = 1) & E_{20} = K_2 \Phi f N_2 \\ \text{f.e.m. indotta a rotore in movimento } (s \neq 1) & E_2 = s E_{20} \end{array}$$

f.e.m. indotta nell'avvolgimento di statore:

$$E_{10} = K_1 \Phi f N_1$$

La sua espressione non varia al variare dello scorrimento

25

Circuito equivalente del motore asincrono

Vediamo come costruire il circuito equivalente del motore asincrono.

Abbiamo:

- due circuiti elettrici (uno di statore e uno di rotore);
 - un circuito magnetico, costituito dal percorso delle linee di flusso del campo magnetico che si svolgono in parte nel ferro (di statore e di rotore) e in parte in aria (traferro). Il campo magnetico è dato dalla composizione dei campi di statore e rotore.
- I circuiti elettrici sono trifasi equilibrati, quindi possiamo utilizzare il circuito di una sola fase per descrivere il funzionamento del motore complessivo.

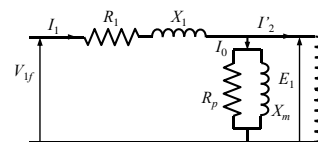
N.B.: Le perdite nel ferro dipendono dalla frequenza del campo magnetico, che è diversa a seconda che si tratti dello statore o del rotore.

26

Circuito equivalente di una fase di statore

Il circuito elettrico di una fase di statore deve rappresentare:

- perdite ohmiche negli avvolgimenti: R_1
- flusso disperso: X_1
- perdite nel ferro: R_p
- correnti magnetizzanti: X_m



Nella parte di circuito elettrico che rappresenta una fase di statore, la tensione applicata è la tensione di fase V_{1f} e la corrente totale è I_1 : $\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}'_2$

I_0 è la parte di corrente che tiene conto delle perdite nel ferro di statore (potenza attiva) e della potenza reattiva necessaria per produrre il flusso magnetico.

E_1 è la forza contro elettromotrice indotta dal flusso magnetico.

N.B.: La corrente magnetizzante (e quindi la potenza reattiva) non è percentualmente piccola, perché si deve magnetizzare il traferro, che presenta una riluttanza elevata.

27

Circuito equivalente di una fase di statore

La condizione di equilibrio che deve stabilirsi tra la tensione di alimentazione e la forza contro elettromotrice, tenendo conto delle cadute di tensione dovute alla resistenza ohmica e alla reattanza di dispersione degli avvolgimenti di statore, determina l'entità del flusso induttore Φ .

Se in prima approssimazione si possono trascurare tali cadute di tensione, la forza contro elettromotrice di ciascuna fase E_1 deve risultare uguale e opposta alla tensione di alimentazione V_{1f} .

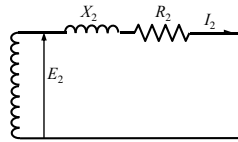
Poiché queste cadute di tensione sono, entro certi limiti, realmente modeste, si può ritenere praticamente che in un motore asincrono, così come in un trasformatore, il flusso induttore si mantiene sensibilmente proporzionale alla tensione di alimentazione.

28

Circuito equivalente di una fase di rotore

Il circuito elettrico di una fase di rotore deve rappresentare:

- perdite ohmiche negli avvolgimenti: R_2
- flusso disperso: X_2



Si osserva che la reattanza di dispersione di rotore X_2 dipende dalla frequenza delle correnti di rotore, che a sua volta dipende dallo scorrimento:

$$X_2 = 2\pi f_r L_2 = s 2\pi f L_2 = s X_{20}$$

dove X_{20} è la reattanza di dispersione del rotore a rotore fermo ($s = 1$).

Le **perdite nel ferro di rotore** non sono nulle, ma **trascurabili**, in quanto anch'esse dipendono dalla frequenza del campo magnetico di rotore, che è molto più bassa di quella di statore (sf) quando il motore funziona nell'intorno della velocità nominale.

Parametri elettrici dell'avvolgimento di rotore

resistenza R_2

induttanza L_2

reattanza $X_2 = 2\pi f_r L_2 = 2\pi s f L_2$

impedenza $\begin{cases} \bar{Z}_2 = R_2 + j s X_{20} \\ Z_2 = \sqrt{R_2^2 + s^2 X_{20}^2} \end{cases}$

a rotore fermo ($s = 1$) $X_{20} = 2\pi f L_2$

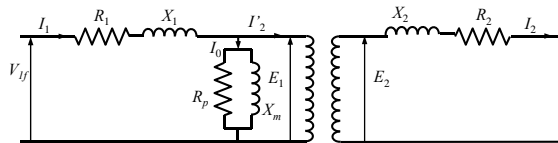
a rotore in movimento ($s \neq 1$) $X_2 = s X_{20}$

$$X_{20} = (5 \div 10)R_2 \quad ; \quad X_{20}^2 = (25 \div 100)R_2^2 \quad ; \quad R_2^2 \ll X_{20}^2$$

R_2 è la resistenza di una fase di rotore:

- nel caso di rotore avvolto, le tre fasi sono distinte,
- nel caso di rotore a gabbia (dove l'avvolgimento è unico e le tre fasi non sono immediatamente distinguibili), R_2 ha il significato di resistenza equivalente di una fase.

Corrente di una fase di rotore

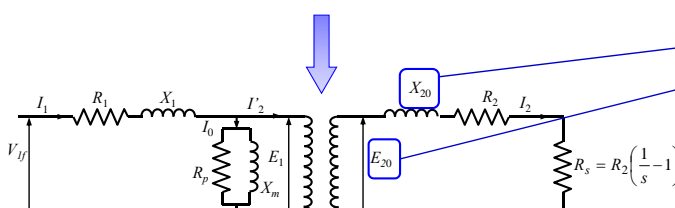


Valore efficace della corrente secondaria

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2} = \frac{sE_{20}}{R_2 + jsX_{20}} = \frac{E_{20}}{(R_2/s) + jX_{20}} = \frac{E_{20}}{R_2 - R_2 + (R_2/s) + jX_{20}} = \frac{E_{20}}{R_2 + jX_{20} + R_2[(1/s) - 1]}$$

$$I_2 = \frac{E_{20}}{Z_{20} + R_2[(1/s) - 1]}$$

Questi parametri non dipendono dallo scorrimento



Circuito magnetico

Il circuito magnetico è rappresentato dal rapporto di trasformazione a rotore bloccato:

$$K = \frac{E_1}{E_{20}} = \frac{K_1 \Phi f N_1}{K_2 \Phi f N_2} = \frac{K_1 N_1}{K_2 N_2}$$

$$X'_{20} = X_{20} K^2$$

$$R'_2 = R_2 K^2$$

N_1 : numero di conduttori di statore per fase
 N_2 : numero di conduttori di rotore per fase
 K_1 : proporzionale al fattore di avvolgimento di statore
 K_2 : proporzionale al fattore di avvolgimento di rotore

Potenza e perdite

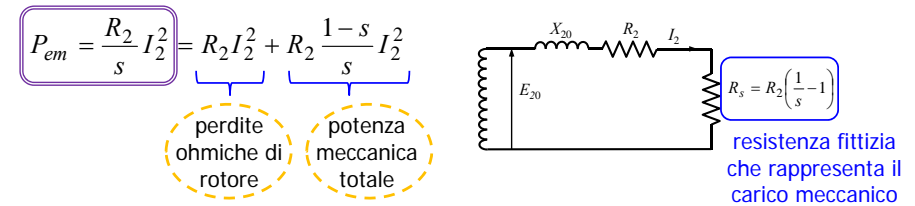
Per valutare la coppia elettromeccanica prodotta dal motore, occorre calcolare la potenza trasmessa dallo statore al rotore o potenza elettromagnetica P_{em} .

In generale, le perdite che si hanno nelle macchine elettriche si distinguono in:

- perdite principali:
 - perdite ohmiche (nei conduttori elettrici)
 - perdite nel ferro (nei circuiti magnetici)
 - perdite meccaniche per attrito e ventilazione (solo nelle macchine rotanti)
- perdite aggiuntive: dovute all'irregolare addensamento di corrente nei conduttori elettrici (effetto pelle), ma anche all'azione dei flussi magnetici variabili nel tempo su parti metalliche conduttrici (es. parti strutturali delle macchine: carcassa, cuscinetti, albero, ecc.), che determinano correnti parassite. Queste perdite non possono essere calcolate analiticamente, ma solo determinate sperimentalmente o stimate convenzionalmente.

Potenza trasmessa da statore a rotore

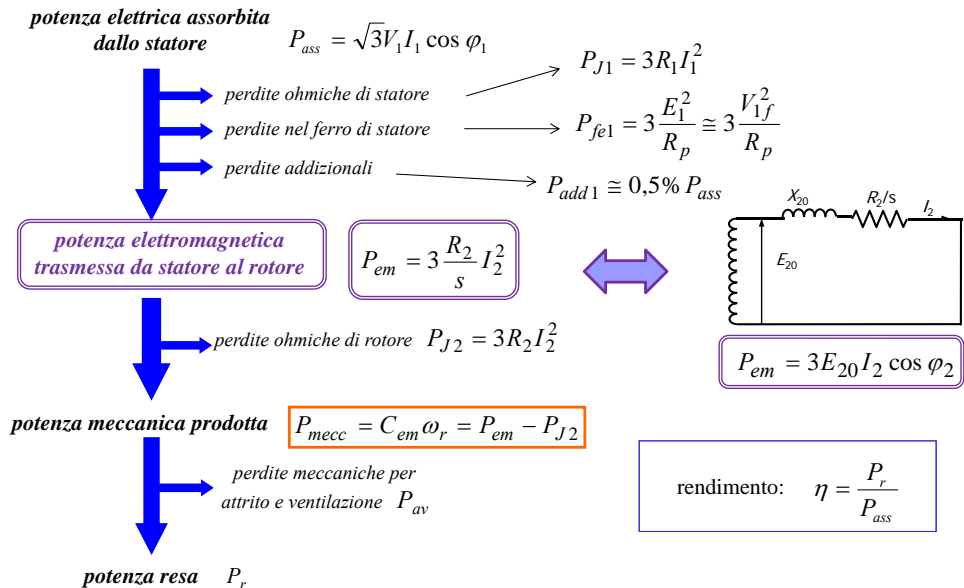
Osservando il circuito equivalente di una fase del motore asincrono, si può calcolare la **potenza elettromagnetica** (attiva) **trasmessa da statore a rotore**, per ciascuna fase:



La potenza meccanica totale è quella fornita all'albero meccanico, quindi deve essere depurata della potenza meccanica persa per attrito e ventilazione per ottenere la potenza meccanica utile.

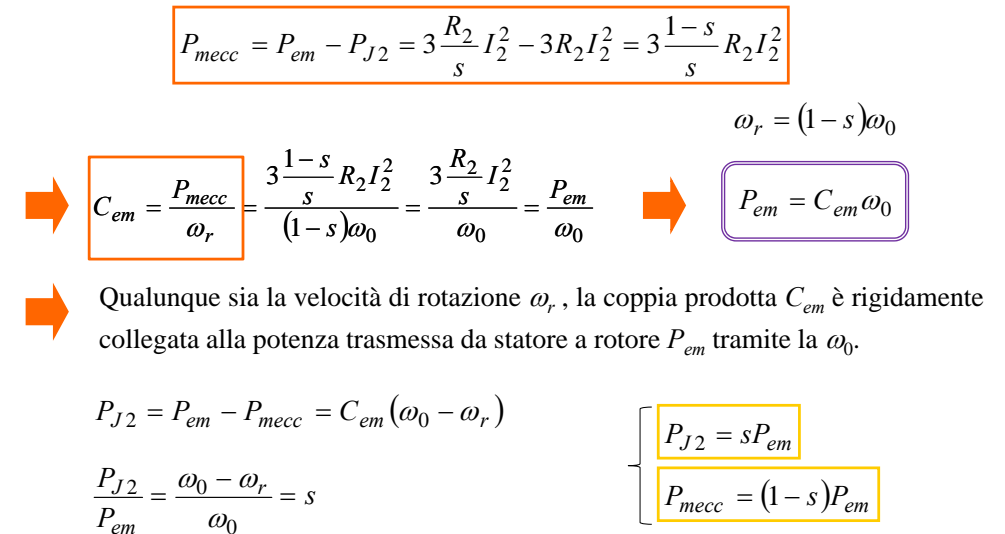
In questo conto si trascurano le perdite aggiuntive di rotore e le perdite nel ferro di rotore, per il basso valore di frequenza sf , quando il motore è a carico.

Potenza e perdite



Potenza meccanica prodotta

Dallo schema precedente possiamo riprendere l'espressione della **potenza meccanica**:



Potenza meccanica prodotta

$$\begin{cases} P_{J2} = sP_{em} \\ P_{mecc} = (1-s)P_{em} \end{cases}$$

Queste relazioni mostrano che il rotore si comporta come un “partitore” della potenza trasmessa in funzione dello scorrimento, cioè della velocità di rotazione:

- a scorrimento unitario (rotore bloccato) tutta la potenza trasmessa viene dissipata nella resistenza di rotore;
- a una velocità diversa da zero, la potenza trasmessa viene gestita dal rapporto $(1-s)/s$.

37

Esempio di calcolo del rendimento

Esempio:

$$\begin{aligned} V_1 &= 400 \text{ V} & I_1 &= 15 \text{ A} & \cos\varphi_1 &= 0,78 & s\% &= 3,5\% \\ P_{fe1} &= 110 \text{ W} & P_{J1} &= 150 \text{ W} & P_{av} &= 120 \text{ W} \end{aligned}$$

$$P_{ass} = \sqrt{3}V_1I_1 \cos\varphi_1 = 8106 \text{ W}$$

$$P_{add1} = 0,5\% P_{ass} = 41 \text{ W} \quad (\text{stimate})$$

$$P_{em} = 3 \frac{R_2}{s} I_2^2 = P_{ass} - P_{J1} - P_{fe1} - P_{add1} = 8106 - 110 - 150 - 41 = 7805 \text{ W}$$

$$P_{J2} = sP_{em} = 0,035 \cdot 7805 = 273 \text{ W}$$

$$P_r = P_{em} - P_{J2} - P_{av} = 7805 - 273 - 120 = 7412 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_r}{P_{ass}} = \frac{7412}{8106} = 0,914 = 91,4\%$$

38

Circuito equivalente riportato a statore

Analogamente a quanto visto per il trasformatore, si vuole rappresentare una fase del motore asincrono con un circuito equivalente riportato a uno dei due avvolgimenti.

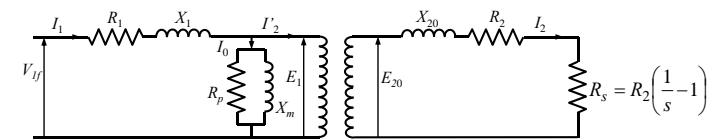
Nel caso del motore, però, ha senso solo riportare le grandezze all'avvolgimento di statore, in quanto nella maggior parte dei casi (rotore a gabbia) l'avvolgimento di rotore non è accessibile.

Il vincolo fondamentale è riportare le grandezze elettriche di rotore (tensione, corrente, reattanza) alla stessa frequenza elettrica di statore, ossia alla frequenza di alimentazione.

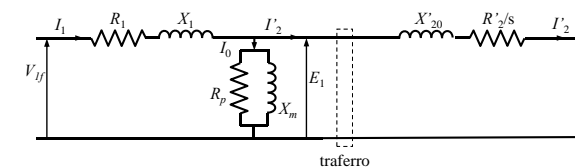
Partiamo quindi dal circuito precedentemente trovato.

39

Circuito equivalente riportato a statore



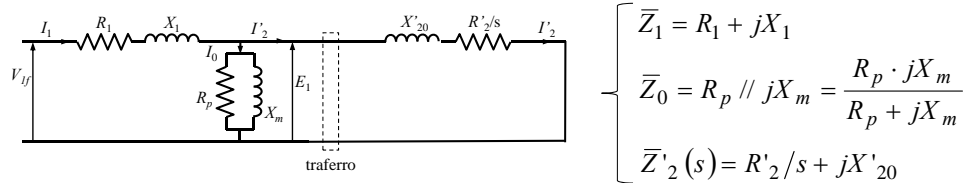
$$K = \frac{E_1}{E_{20}} \quad \downarrow \quad \begin{aligned} R'_2 &= K^2 R_2 \\ X'_{20} &= K^2 X_{20} = K^2 2\pi f L_2 \end{aligned}$$



N.B.: Rispetto al trasformatore, la corrente a vuoto del motore asincrono non è trascurabile.

40

Circuito equivalente riportato a statore



Come per il trasformatore, le perdite nel ferro sono praticamente indipendenti dalle condizioni di carico del motore, mentre dipendono dall'ampiezza del flusso magnetico e quindi dalla tensione di alimentazione.

Questa voce di perdita può essere considerata praticamente a carico della sola struttura magnetica di statore.

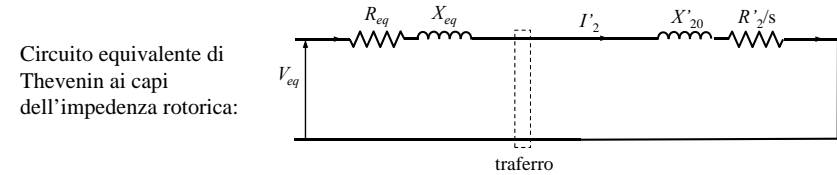
Infatti, nel funzionamento a regime, la frequenza con cui varia l'induzione nel ferro di rotore è molto bassa e non dà luogo a fenomeni dissipativi consistenti.

Espressione della coppia: metodo esatto

Riprendiamo l'espressione della coppia:

$$C_{em} = \frac{P_{mecc}}{\omega_r} = \frac{P_{em}}{\omega_0} = \frac{3}{\omega_0} \frac{R_2}{s} I_2^2 = \frac{3 \cdot P_p}{\omega} \frac{R_2}{s} I_2^2 = \frac{3 \cdot P_p}{\omega} \frac{R'_2}{s} I_2^2$$

Vogliamo ricavare l'espressione della corrente I'2 dal circuito equivalente riportato a statore. Applichiamo il teorema di Thevenin:

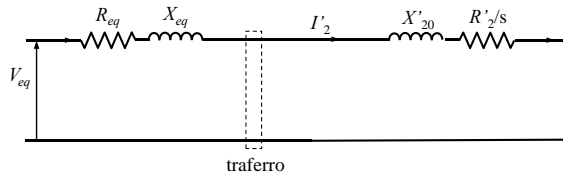


Circuito equivalente di Thevenin ai capi dell'impedenza rotorica:

$$\bar{V}_{eq} = \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_0} \cdot \bar{V}_{1f} \quad \bar{Z}_{eq} = \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_0} = R_{eq} + jX_{eq}$$

Espressione della coppia: metodo esatto

Circuito equivalente di Thevenin ai capi dell'impedenza rotorica:



$$\bar{I}'_2 = \frac{\bar{V}_{eq}}{\bar{Z}_{eq} + \bar{Z}'_2(s)} \quad |\bar{I}'_2| = \frac{V_{eq}}{\sqrt{\left(R_{eq} + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_{eq} + X'_{20})^2}}$$

$$C_{em} = \frac{3 \cdot P_p}{\omega} \frac{R'_2}{s} I_2^2 \quad \rightarrow \quad C_{em} = \frac{3 P_p}{\omega} \frac{\frac{R'_2}{s}}{\left(R_{eq} + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_{eq} + X'_{20})^2} V_{eq}^2$$

La coppia dipende dal quadrato della tensione di alimentazione.

Coppia e scorrimento: metodo esatto

$$C_{em}|_{s \rightarrow 0} \approx \frac{3}{\omega_0} \frac{\frac{R'_2}{s}}{\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_{eq} + X'_{20})^2} V_{eq}^2 \approx \frac{3}{\omega_0} \cdot \frac{V_{eq}^2}{R'_2} \cdot s \quad \text{lineare con lo scorrimento}$$

$$C_{em}|_{s \rightarrow \infty} \approx \frac{3}{\omega_0} \cdot \frac{\frac{R'_2}{s}}{(R_{eq})^2 + (X_{eq} + X'_{20})^2} V_{eq}^2 \quad \text{parabolica con lo scorrimento}$$

Il valore di scorrimento che dà la coppia massima si può trovare derivando l'espressione esatta della coppia in funzione dello scorrimento.

In alternativa, si può dimostrare che si ha la massima coppia quando si ha il massimo trasferimento di potenza attiva sul carico R'2/s, ossia quando il modulo dell'impedenza della rete a monte uguaglia il valore di questa resistenza di carico.

Coppia massima

$$\frac{R'_2}{s_{C_{\max}}} = \sqrt{R_{eq}^2 + (X_{eq} + X'_{20})^2} \quad \rightarrow \quad s_{C_{\max}} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{eq}^2 + (X_{eq} + X'_{20})^2}}$$

- Il termine $X_{eq} + X'_{20}$ equivale circa alla reattanza di dispersione totale della macchina $X_{dtot} = X_1 + X'_{20}$.
- La reattanza di dispersione totale della macchina X_{dtot} è maggiore della resistenza equivalente R_{eq} .

Quindi si può approssimare:

$$s_{C_{\max}} \cong \frac{R'_2}{X_{dtot}} \quad \rightarrow \quad C_{\max} \cong \frac{3p_p}{\omega} \frac{X'_{20} + X_{eq}}{(R_{eq} + X_{dtot})^2 + X_{dtot}^2} V_{eq}^2$$

$$\rightarrow \quad C_{\max} \cong \frac{3p_p}{\omega} \frac{V_{eq}^2}{2X_{dtot}} \quad \rightarrow \quad C_{MAX} \propto \left(\frac{V_1}{f}\right)^2$$

45

Coppia massima

La coppia massima risulta, in prima approssimazione, inversamente proporzionale alla reattanza di dispersione totale della macchina.

La reattanza di dispersione rappresenta quindi uno dei parametri chiave durante il progetto del motore per definire la sovraccaricabilità della macchina, cioè il rapporto tra coppia massima e coppia nominale. Motori asincroni di tipo industriale presentano una buona capacità di sovraccarico, ossia un rapporto:

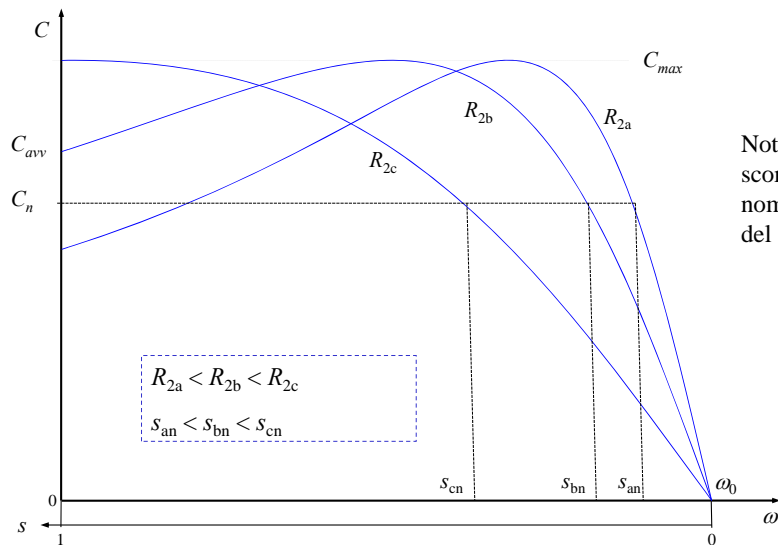
$$\frac{C_{\max}}{C_n} = 1,5 \div 2,5$$

Vediamo invece come la resistenza rotorica influenza la caratteristica di coppia:
$$C_{em} = \frac{3p_p}{\omega} \frac{\frac{R'_2}{s}}{\left(R_{eq} + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_{eq} + X'_{20})^2} V_{eq}^2$$

➔ A una variazione percentuale di resistenza rotorica, lo stesso valore di coppia si presenta in corrispondenza di una stessa variazione percentuale di scorrimento.

46

Coppia e resistenza di rotore



47

Coppia e resistenza di rotore

Una resistenza rotorica elevata, tale da portare il punto di massima coppia all'avviamento, è utile per facilitare l'avviamento del motore in presenza di coppie resistenti elevate, come nel caso di motori per impianti di sollevamento, per compressori, ecc.

Come conseguenza di una elevata resistenza rotorica, si ha un basso rendimento in condizioni nominali. Infatti, a parità di altre condizioni, la potenza trasmessa da statore a rotore rimane la stessa:

$$P_{em} = C_{em} \omega_0$$

La potenza meccanica all'albero è minore nel caso c, perché la velocità è minore:

$$P_{mecc\ c} = C_{em} \omega_c < P_{mecc\ a} = C_{em} \omega_a$$

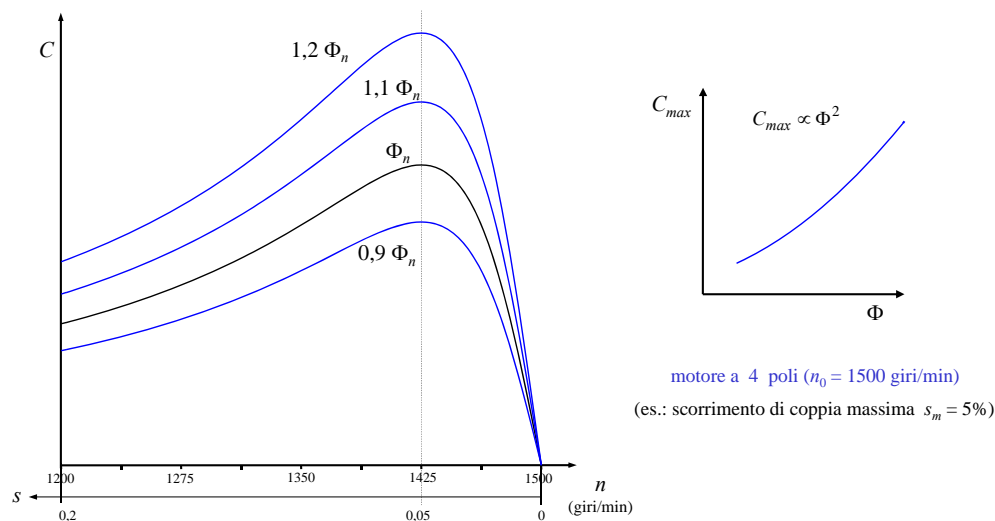
La differenza di potenza si perde per effetto Joule sulla resistenza rotorica:

$$P_{J2c} = s_c P_{em} > P_{J2a} = s_a P_{em}$$

48

Coppia e flusso

Poiché la tensione di alimentazione è proporzionale al flusso, la coppia massima è proporzionale al quadrato del flusso, come si può vedere nel seguente esempio:



49

Corrente di avviamento

All'avviamento, il campo rotante statorico investe il rotore che è fermo: in questa situazione, l'intera velocità del campo rotante statorico costituisce la velocità con cui le linee di campo "tagliano" i conduttori di rotore.

Di conseguenza, nei conduttori di rotore chiusi in corto circuito si inducono delle f.e.m. tali da produrre correnti molto elevate, le quali richiamano, per reazione, correnti di intensità proporzionale dalla linea di alimentazione negli avvolgimenti di statore.

In pratica, all'avviamento, il motore asincrono si comporta come un trasformatore, in cui lo statore è il primario e il rotore, momentaneamente fisso, è il secondario in corto circuito.

Le correnti che circolano negli avvolgimenti del motore sono perciò paragonabili, in tali condizioni, alle correnti di corto circuito di un trasformatore alimentato al primario con tensione nominale.

50

Corrente di avviamento

La differenza tra il motore asincrono all'avviamento e il trasformatore in corto circuito è data dal fatto che nel motore la reattanza di dispersione è maggiore, a causa della presenza del traferro, e quindi la corrente di avviamento non è così elevata come la corrente di corto circuito di un trasformatore (generalmente la corrente di avviamento di un motore asincrono è 5÷8 volte la corrente nominale).

Dal momento in cui il motore inizia a ruotare, la corrente diminuisce, perché diminuisce la velocità relativa tra il campo di induttore e il rotore, perciò diminuiscono in proporzione le f.e.m. che si generano nell'avvolgimento di rotore.

La corrente di spunto è molto elevata, ma anche molto sfasata rispetto alla tensione, per cui la coppia motrice sviluppata dal motore all'avviamento non è in generale molto elevata, a meno di particolari condizioni costruttive (in pratica, solo se la resistenza di rotore è elevata).

51

Funzionamento a rotore bloccato

Il funzionamento a rotore bloccato si ha nell'istante iniziale di avviamento del motore e quando, a causa di un guasto meccanico, si blocca la rotazione dell'albero: la velocità angolare di rotore è nulla e quindi lo scorrimento è unitario ($s = 1$).

Questo funzionamento è detto anche "in corto circuito" perché in questa situazione la resistenza fittizia che rappresenta il carico meccanico è nulla ($R_s = 0$). $R_s = R_2 \left(\frac{1-s}{s} \right)$

La corrente di rotore è molto più elevata di quella che si ha nel funzionamento normale, dipende dagli aspetti costruttivi delle cave di rotore e può essere limitata con opportuni accorgimenti:

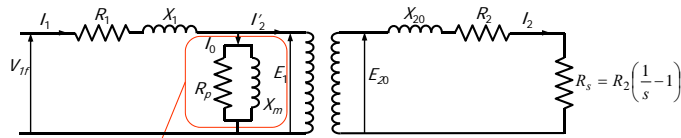
$$I_{2cc} = \frac{E_{20}}{\sqrt{R_2^2 + X_{20}^2}}$$

$$I_{1cc} \cong I'_{2cc} = \frac{I_{2cc}}{K_0}$$

La corrente di statore è praticamente uguale alla corrente di reazione I'_2 , poiché la corrente a vuoto diventa trascurabile in queste condizioni.

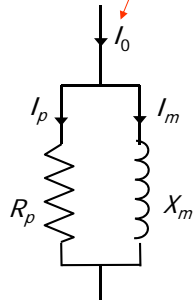
52

Corrente a vuoto

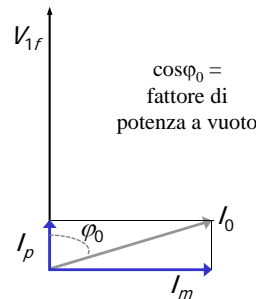


A vuoto, $s \cong 0$, quindi la resistenza fittizia di rotore è quasi infinita, come se fosse un circuito aperto: la situazione è paragonabile a quella di un trasformatore a circuito secondario aperto.

L'avvolgimento di statore (primario) assorbe dalla linea che lo alimenta la sola corrente magnetizzante necessaria a produrre il flusso induttore (più una corrente dovuta alle perdite nel ferro e alle perdite meccaniche).



I_0 : corrente a vuoto
 I_p : corrente di perdita
 I_m : corrente di magnetizzazione
 $I_p \ll I_m$



53

Funzionamento a vuoto

Nel funzionamento a vuoto (senza carico meccanico), l'avvolgimento di statore assorbe una corrente di fase I_0 inferiore a quella nominale a carico ($20\div 60\% I_{1n}$) e molto sfasata rispetto alla tensione V_{1f} , con $\cos \varphi = 0,1\div 0,2$, a causa della prevalenza della potenza reattiva (magnetizzante) rispetto a quella attiva.

Lo scorrimento è quasi nullo e quindi la velocità è prossima a quella di sincronismo.

La potenza attiva assorbita a vuoto è data:

$$P_{ass} = 3V_{1f}I_0 \cos \varphi_0 = P_{J10} + P_{fe1} + P_{av}$$

$$\downarrow$$

$$P_{J10} = 3R_1I_0^2$$

54

Funzionamento a carico

Nel passaggio dal funzionamento da vuoto a carico, ossia quando all'albero del motore è applicata una coppia frenante, il rotore rallenta, fino ad a raggiungere uno scorrimento s per cui le correnti indotte nel rotore raggiungono l'intensità necessaria e sufficiente a sviluppare una coppia motrice uguale alla coppia resistente applicata.

In ciascuna fase rotorica si genera una f.e.m. E_2 sfasata di 90° in ritardo rispetto al flusso e quindi in fase con la f.e.m. primaria E_1 .

Questa f.e.m. secondaria E_2 produce nella fase stessa la corrente secondaria I_2 , che sarebbe in fase con E_2 , se non fossero presenti le dispersioni magnetiche (X_2).

La corrente I_2 , circolando negli avvolgimenti del rotore, dà luogo ad una f.m.m. che tenderebbe a variare il flusso induttore, che prima era prodotto dalla sola corrente magnetizzante.

55

Funzionamento a carico

Siccome il flusso non può variare perché cesserebbe l'equilibrio tra la f.c.e.m. E_1 e la tensione applicata V_{1f} , accade, come in un trasformatore, che gli avvolgimenti primari (ossia statorici) sono "obbligati" ad assorbire dalla linea di alimentazione, oltre alla corrente magnetizzante, una nuova corrente I'_2 , la cui f.m.m. sia tale da ristabilire l'equilibrio preesistente.

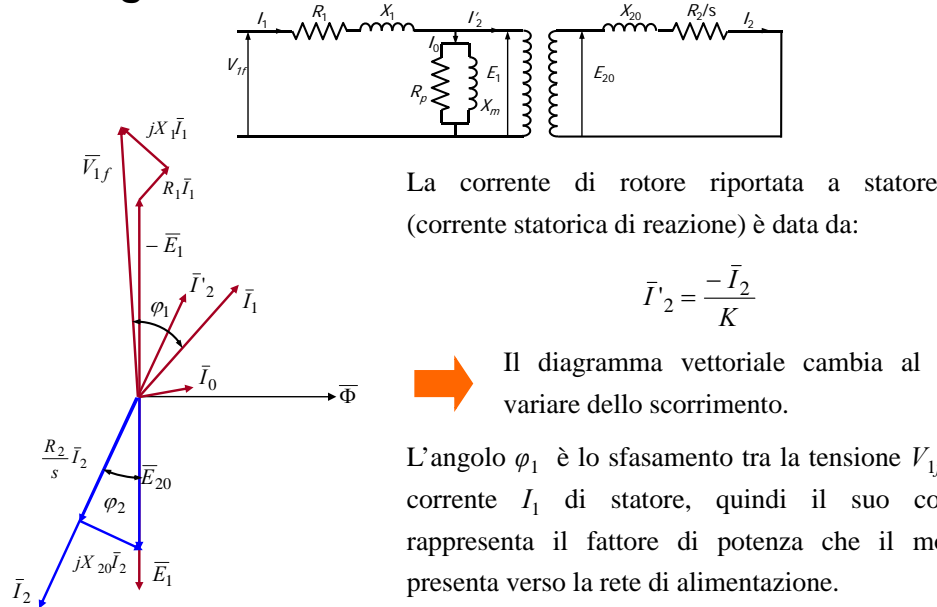
Ciò richiede che la f.m.m., corrispondente a questa nuova corrente primaria richiamata dalla reazione rotorica, risulti uguale e opposta alla f.m.m. corrispondente alla corrente secondaria (rotorica) I_2 .

Il campo rotante indotto in realtà non esiste come campo indipendente, ma esiste nello stato di f.m.m. rotante, dovuta alle correnti rotoriche.

Questa f.m.m. viene direttamente contrastata ed equilibrata da una f.m.m. uguale e opposta dovuta alla corrente di reazione I'_2 richiamata negli avvolgimenti di statore.

56

Diagramma vettoriale del motore asincrono



Circuito equivalente approssimato

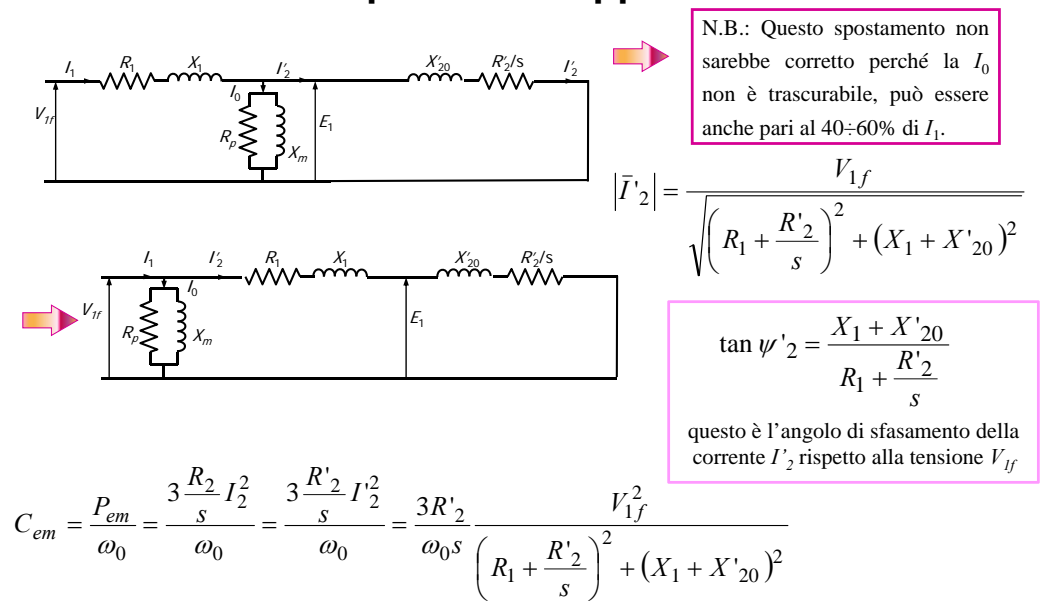


Diagramma circolare

Il circuito equivalente approssimato permette la costruzione del diagramma circolare, ossia il diagramma delle correnti di rotore e di statore in funzione dello scorrimento, nell'ipotesi che tensione e frequenza di alimentazione rimangano costanti.

La costruzione vettoriale di questo diagramma parte ponendo la tensione di alimentazione V_{1f} sull'asse delle ordinate e disegnando il vettore di I'_2 al variare dello scorrimento s :

per $s = 0$ (rotore che ruota alla stessa velocità e nello stesso verso del campo magnetico rotante di statore), la corrente rotorica è nulla ed è nullo anche il suo sfasamento, pertanto in questa condizione la corrente I'_2 è rappresentata dall'origine 0.

per $s = \infty$ (rotore che ruota a velocità infinita nel verso opposto a quello del campo magnetico rotante di statore), considerando che $R_1 \ll$ delle reattanze, risulta:

$$\psi'_{2\infty} = 90^\circ \quad I'_{2\infty} = \frac{V_{1f}}{(X_1 + X'_{20})} \quad (\text{punto } M'_{2\infty})$$

Diagramma circolare

Per scorrimento qualsiasi si ha:

$$I'_2 = \frac{V_{1f}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X'_{20})^2}} = \frac{V_{1f}}{X_1 + X'_{20}} \cdot \frac{X_1 + X'_{20}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X'_{20})^2}}$$

$$I'_2 = I'_{2\infty} \cdot \sin \psi'_2$$

Ossia, la corrente rotorica riportata a statore I'_2 può essere rappresentata da un cateto del triangolo $OM_2M'_{2\infty}$, rettangolo in M_2 .

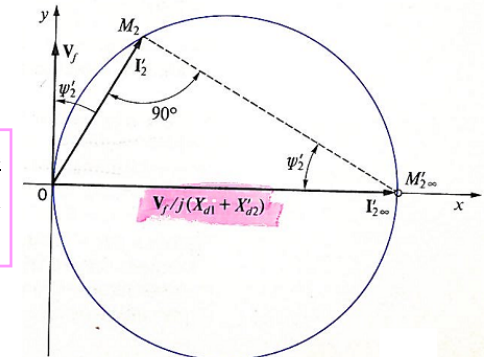
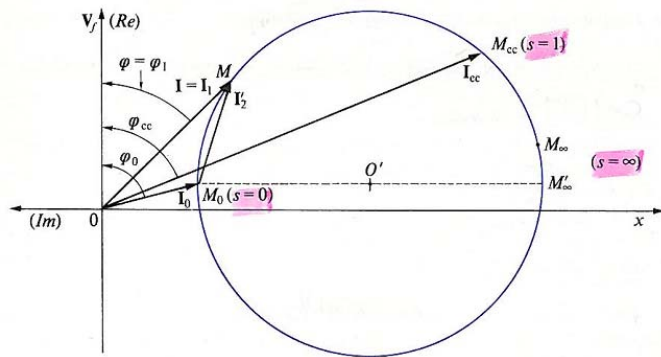


Diagramma circolare

Per visualizzare sullo stesso grafico anche la corrente storica, è sufficiente considerare che:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}'_2$$

Essendo I_0 un vettore di modulo e argomento costanti (per tensione di alimentazione costante), si otterrà il diagramma della corrente I_1 spostando semplicemente rispetto all'origine 0 il diagramma della corrente I'_2 .



ad esempio:

$$\cos \varphi_n = 0,81$$

$$\cos \varphi_0 = 0,19$$

$$\cos \varphi_{cc} = 0,44$$

$$s = \frac{\omega_0 - \omega_r}{\omega_0}$$

$$\omega_r = (1 - s)\omega_0$$

61

Diagramma circolare

Si osserva che, caricando il motore (ossia aumentando lo scorrimento da 0 a 1), la corrente storica aumenta di intensità e diminuisce di sfasamento (es. punto M).

In situazione di rotore bloccato ($s = 1$), la corrente storica assume un'intensità e uno sfasamento notevoli (punto M_{cc}).

Solamente l'arco di cerchio superiore che va dal punto M_0 al punto M_{cc} interessa il funzionamento come **motore**.

L'arco di cerchio che va dal punto M_{cc} al punto M'_∞ caratterizza la macchina nel suo funzionamento come **freno**, perché gli scorrimenti sono > 1 e quindi la velocità angolare rotorica risulta negativa: ciò avviene quando sul rotore agisce una coppia esterna che lo fa ruotare in verso opposto al campo magnetico rotante storico (il punto a scorrimento ∞ è in realtà M_∞ , tenendo conto del circuito non semplificato).

Il resto del diagramma circolare riguarda il funzionamento della macchina asincrona come **generatore** (zona in cui la velocità del rotore è maggiore di quella del campo magnetico rotante di statore, $s < 0$). Lo vedremo più avanti.

62