



La macchina a collettore (o in corrente continua)

2° parte

Lucia FROSINI

Dipartimento di Ingegneria Industriale e dell'Informazione
Università di Pavia
E-mail: lucia@unipv.it

Funzionamento della macchina in c.c.

Nel funzionamento della macchina in c.c. sia come motore, sia come generatore, sono contemporaneamente presenti:

- il campo magnetico al traferro prodotto dallo statore-induttore;
- la corrente nei conduttori di rotore, introdotta (o raccolta) attraverso le spazzole.

La corrente nei conduttori di rotore produce a sua volta un campo magnetico.

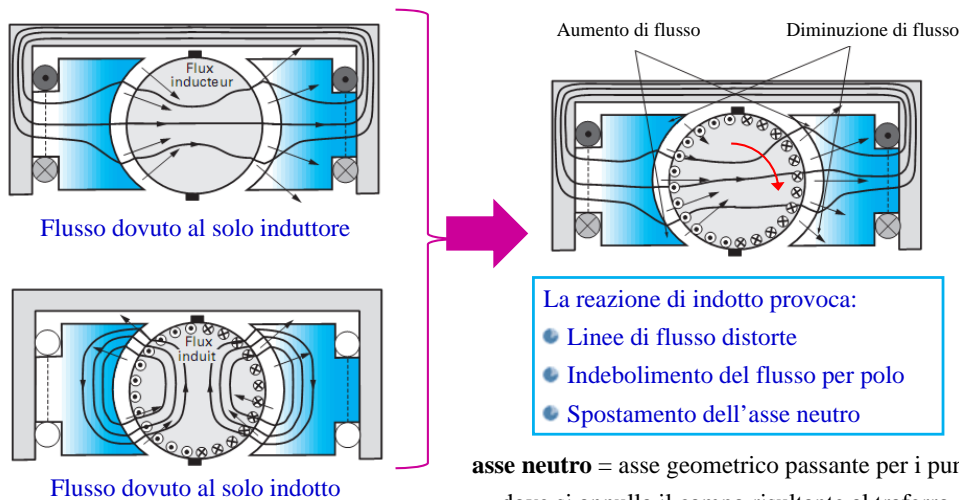
Di conseguenza, il campo magnetico complessivo al traferro è prodotto dalla composizione dei campi magnetici dovuti a:

- corrente dell'avvolgimento di eccitazione (o dai magneti permanenti di statore);
- corrente dell'avvolgimento di rotore (indotto).

Il suo andamento e la sua intensità possono essere valutati analizzando la sovrapposizione degli effetti dovuti alle singole azioni (nell'ipotesi di trascurare la saturazione magnetica del ferro).

Campo magnetico al traferro

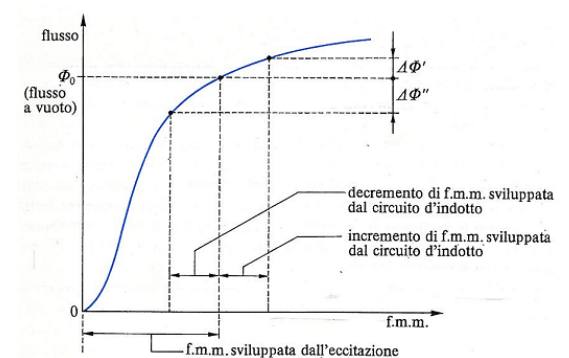
Facendo riferimento a una macchina a due poli, in modo molto semplificato, si ha una situazione del genere:



Reazione di indotto

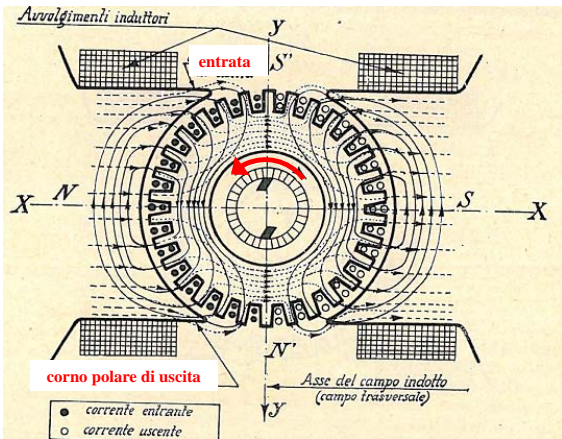
Le linee di induzione del campo indotto si sviluppano prevalentemente in direzione trasversale rispetto a quelle del campo di induttore: si ha quindi una *distorsione* del campo risultante, detta anche effetto *torcente* della corrente di armatura.

Si può verificare che l'aumento del flusso che si manifesta sotto una metà dell'espansione polare (quella in "entrata", nel funzionamento da motore) non compensa la diminuzione che avviene sotto l'altra metà dell'espansione, a causa della non linearità del materiale magnetico: effetto *smagnetizzante* della reazione di indotto.

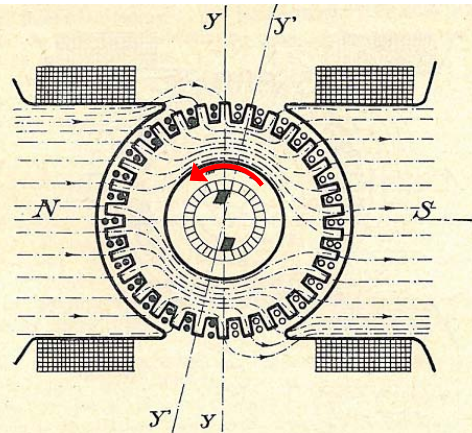


Reazione di indotto (funzionamento da motore)

Linee di induzione dei campi di induttore e di indotto:



Linee di induzione del campo risultante:



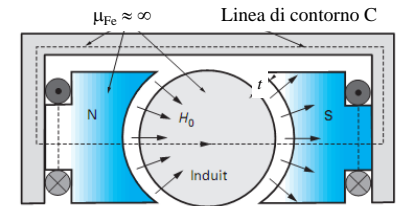
L'asse neutro, ossia l'asse geometrico passante per i punti dove si annulla il campo risultante al traferro, non coincide più con l'asse interpolare, ma risulta ruotato rispetto a quest'ultimo.

Campo magnetico dovuto all'induttore

Prima di analizzare con maggiore dettaglio gli effetti della reazione di indotto, valutiamo le amperspire di induttore necessarie per produrre un determinato campo magnetico al traferro H_0 .

Considerando sempre una macchina a 2 poli, si applica la legge della circuitazione magnetica, che lega il campo H lungo una linea chiusa alla corrente I che lo produce.

Sull'induttore abbiamo 2 bobine costituite da n spire ciascuna in cui scorre una corrente I_s :



$$\oint_C \vec{H} \times d\vec{l} = 2nI_s$$

Nel calcolo, si ipotizza una permeabilità infinita del ferro, perciò la linea del campo si riduce al doppio del traferro t :

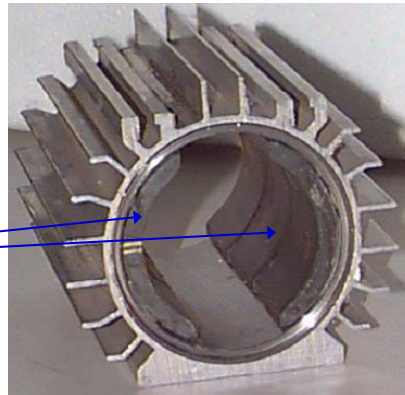
$$2H_0t = 2nI_s$$

Campo magnetico dovuto all'induttore

$$\rightarrow H_0 = \frac{nI_s}{t} \rightarrow B_0 = \mu_0 \frac{nI_s}{t} \rightarrow nI_s = \frac{B_0 t}{\mu_0}$$

Nel caso in cui si voglia ottenere $B_0 = 1 \text{ T}$ con un traferro $t = 1 \text{ mm}$, si ha:

$$nI_s = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cong \frac{10^4}{12,57} \cong 800 \text{ A}$$

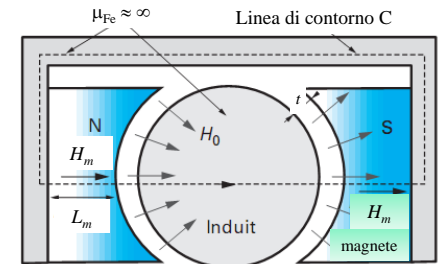


Vediamo cosa succede nel caso in cui il campo magnetico induttore sia prodotto da magneti permanenti.

Campo magnetico dovuto all'induttore

Lo schema diventa il seguente e l'applicazione della legge della circuitazione magnetica tiene conto del fatto che non c'è nessuna corrente che produce il campo H :

$$\oint_C \vec{H} \times d\vec{l} = 0$$



Ipotizzando ancora permeabilità infinita per il percorso in ferro, occorre però considerare che i magneti presentano una permeabilità simile a quella dell'aria e pertanto il percorso all'interno di essi non è trascurabile:

$$2(H_0t + H_m L_m) = 0 \rightarrow H_0 = -\frac{H_m L_m}{t}$$

$$\text{Supponiamo di voler ottenere: } B_0 = 0,8 \text{ T} \rightarrow H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{0,8}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cong 640 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

Campo magnetico dovuto all'induttore

Per valutare la lunghezza necessaria di magnete permanente, consideriamo due possibilità: la prima di utilizzare NdFeB e l'altra di usare AlNiCo.

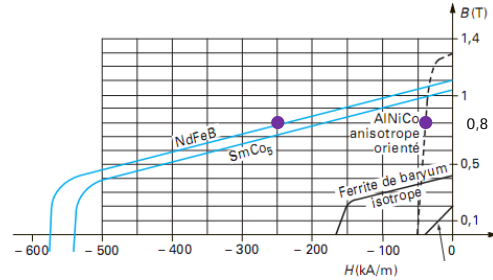
Il magnete di NdFeB può fornire, in corrispondenza di $B = 0,8 \text{ T}$:

$$H_{m1} = -250 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \rightarrow \frac{H_0}{-H_{m1}} = \frac{640}{250} = 2,56$$

$$\text{Mentre per l'AlNiCo si ha: } H_{m2} = -40 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \rightarrow \frac{H_0}{-H_{m2}} = \frac{640}{40} = 16$$

I rapporti trovati coincidono con i rapporti tra lunghezza del magnete e lunghezza del traferro:

$$\frac{H_0}{-H_m} = \frac{L_m}{t}$$



9

Campo magnetico dovuto all'induttore

Il risultato trovato indica che, nel primo caso (NdFeB) è possibile utilizzare magneti di lunghezza molto più piccola rispetto al secondo caso (AlNiCo) per ottenere lo stesso valore di induzione, per una data lunghezza di traferro.

Viceversa, si può osservare come nel primo caso (NdFeB) sia possibile costruire una macchina con traferri relativamente elevati, rispetto al secondo caso (AlNiCo).

In generale, si osserva che traferri di qualche millimetro portano al massimo a lunghezze di magneti di qualche centimetro.

In generale, i magneti alle terre rare (Samario-Cobalto e Neodimio-Ferro-Boro) presentano sia elevati valori di induzione residua, sia alti valori di campo coercitivo: sono quindi i materiali migliori, ma il loro costo ne limita l'impiego, nelle macchine in c.c. di piccola taglia, rispetto all'AlNiCo e alle ferriti.

10

Reazione di indotto

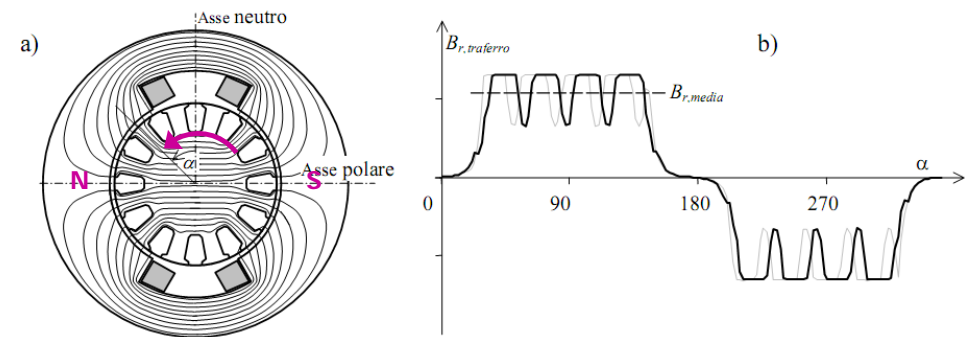
Analizziamo meglio di seguito la reazione di indotto, considerando una macchina a 2 poli con statore a bobine e ipotizzando per semplicità che :

- ◆ i conduttori attivi di rotore siano disposti sulla superficie di rotore (anziché entro le cave);
- ◆ la presenza delle cave di rotore sia considerata solo al fine della determinazione di un traferro non uniforme;
- ◆ si possano trascurare i fenomeni di saturazione magnetica, per poter applicare il principio di sovrapposizione degli effetti all'induzione.

11

Campo dovuto alla corrente di eccitazione

Se è alimentato solo l'avvolgimento di eccitazione, l'andamento del campo magnetico prodotto è il seguente:



Campo prodotto dalla corrente di eccitazione in una macchina a due poli.

- Distribuzione delle linee di campo
- Distribuzione della componente radiale dell'induzione al traferro (il tracciato grigio si riferisce ad una rotazione antioraria di $7,5^\circ$ della posizione del rotore)

12

Campo dovuto alla corrente di eccitazione

Le linee del campo sono simmetriche rispetto all'asse polare di statore.

La presenza delle cave di rotore produce una riduzione locale dell'induzione al traferro, la cui entità dipende:

- in modo direttamente proporzionale alla profondità delle cave h_c ;
- in modo inversamente proporzionale alla lunghezza del traferro t sotto i poli.

Infatti, il valore massimo di B dipende dalla lunghezza del traferro t , perciò, a parità di profondità h_c della cava, la riduzione locale di B è minore se il traferro è maggiore:

$$B_{\max} = \mu_0 \frac{nI_s}{t}$$

$$B_{\min} = \mu_0 \frac{nI_s}{t + h_c}$$

$$\Delta B = \mu_0 n I_s \frac{h_c}{t(t + h_c)}$$

nI_s	A	800	800	1600	1600
μ_0	H/m	1,257E-06	1,257E-06	1,257E-06	1,257E-06
t	m	0,001	0,001	0,002	0,002
h_c	m	0,0001	0,0005	0,0001	0,0005
B_{\max}	T	1,005	1,005	1,005	1,005
B_{\min}	T	0,914	0,670	0,957	0,804
$\Delta\%$	-	9,1%	33,3%	4,8%	20,0%

13

Campo dovuto alla corrente di eccitazione

Durante la rotazione del rotore, la posizione delle cave di rotore rispetto ai poli di statore varia e di conseguenza varia la forma della componente radiale dell'induzione al traferro (si ha una traslazione dell'andamento dell'induzione al traferro, come quella indicata in grigio nella figura precedente).

La variazione della posizione degli "intagli" nella forma d'onda di induzione al traferro, che si ottiene quando il rotore gira, è responsabile del cosiddetto "fenomeno dello spennellamento di flusso" sulle espansioni polari.

Le dissimmetrie prodotte dalla riduzione locale dell'induzione al traferro hanno una periodicità pari a un passo cava p_c , dove per passo cava si intende il rapporto tra la circonferenza di rotore πD_r e il numero di cave di rotore Q_r :

$$p_c = \frac{\pi D_r}{Q_r}$$

14

Campo dovuto alla corrente di eccitazione

Queste dissimmetrie producono un aumento della riluttanza del circuito magnetico della macchina rispetto al valore che si avrebbe se la superficie di indotto fosse liscia.

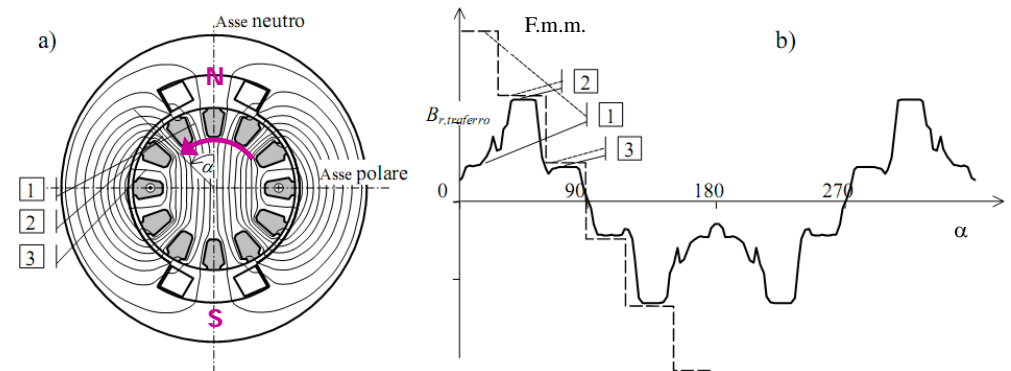
Nei calcoli magnetici, il suo effetto viene cumulativamente quantificato attraverso un coefficiente moltiplicativo, maggiore di uno, da applicare alla lunghezza geometrica del traferro (Coefficiente di Carter).

Durante il funzionamento da motore, queste dissimmetrie danno origine a disturbi sulla coppia prodotta all'albero.

15

Campo dovuto alla corrente di armatura

Se è alimentato solo l'avvolgimento di rotore, l'andamento del campo magnetico prodotto è il seguente:



Campo prodotto dalla corrente di armatura in una macchina a due poli.

- a) Distribuzione delle linee di campo
 b) Distribuzione della componente radiale dell'induzione al traferro e della f.m.m. al traferro.

16

Campo dovuto alla corrente di armatura

Ipotizzando che le spazzole siano posizionate sull'asse neutro, l'adduzione della corrente attraverso le spazzole nell'avvolgimento di armatura fa sì che i conduttori che si trovano a sinistra dell'asse neutro nel piano della sezione siano percorsi da corrente uscente (nel caso in figura), mentre i conduttori della metà destra dell'avvolgimento sono percorsi da corrente di segno opposto (entrante, nel caso in figura).

Quindi, l'avvolgimento di armatura può essere interpretato come un solenoide avente come asse l'asse neutro della macchina.

In altre parole, il sistema costituito dalle spazzole e dal commutatore a lamelle fa sì che la distribuzione spaziale di corrente nell'avvolgimento di armatura sia fissa nel tempo, anche quando il rotore è in rotazione.

Le linee di questo campo sono simmetriche e dirette principalmente secondo l'asse neutro della macchina.

17

Campo dovuto alla corrente di armatura

A causa della forma di queste linee di campo (trasversali rispetto alle linee del campo induttore), si può ritenere che il flusso prodotto da questo campo non si concateni con l'avvolgimento di eccitazione, se non in piccola parte.

Si può quindi affermare, con una certa approssimazione, che i due avvolgimenti della macchina in corrente continua sono magneticamente disaccoppiati.

Tale affermazione è legata alle seguenti condizioni:

- la posizione delle spazzole deve essere quella teorica (asse neutro);
- devono essere assenti fenomeni di saturazione magnetica.

18

Campo dovuto alla corrente di armatura

La distribuzione dell'induzione radiale lungo il traferro ha un andamento a scalinata.

Per spiegare questo andamento si ricorre al concetto di distribuzione della f.m.m. al traferro:

- si indica con I_c la corrente presente in ciascuna cava,
- si suppone infinita la permeabilità del ferro della macchina.

Con riferimento alla figura, si scrive la legge della circuitazione magnetica relativa alle linee di campo che passano per i denti identificati dai numeri 1, 2, 3, dove l_{t1} , l_{t2} e l_{t3} sono le lunghezze in aria delle corrispondenti linee di campo.

Le amperspire che producono il campo sono quelle dovute a tutte le correnti all'interno della linea di campo.

$$\begin{cases} \oint_1 \bar{H} \times d\bar{l} \approx H_1 \cdot 2l_{t1} = 5I_c \\ \oint_2 \bar{H} \times d\bar{l} \approx H_2 \cdot 2l_{t2} = 3I_c \\ \oint_3 \bar{H} \times d\bar{l} \approx H_3 \cdot 2l_{t3} = I_c \end{cases}$$

19

Campo dovuto alla corrente di armatura

$$\begin{cases} H_1 = \frac{5 I_c}{2 l_{t1}} \\ H_2 = \frac{3 I_c}{2 l_{t2}} \\ H_3 = \frac{1 I_c}{2 l_{t3}} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} B_1 = \mu_0 \frac{5 I_c}{2 l_{t1}} \\ B_2 = \mu_0 \frac{3 I_c}{2 l_{t2}} \\ B_3 = \mu_0 \frac{1 I_c}{2 l_{t3}} \end{cases} \quad \text{con } l_{t1} \gg l_{t2} = l_{t3}$$

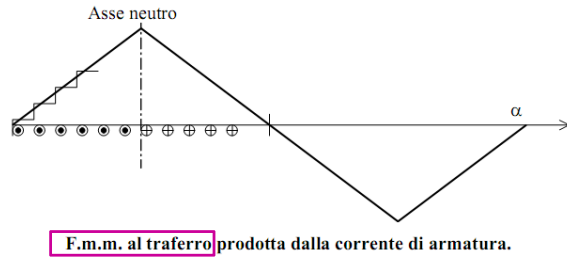
L'induzione sotto i denti 2 e 3 risulta particolarmente intensa in quanto il traferro relativo è modesto e uguale per i due denti. Inoltre, risulta che $B_2 > B_3$.

Per il dente 1, che si trova nel vano interpolare, il traferro corrispondente è molto più elevato, perciò l'induzione magnetica risultante B_1 risulta più debole, anche a fronte di un maggior numero di amperspire.

20

Campo dovuto alla corrente di armatura

Nel caso di un numero elevato di cave, la gradinata di f.m.m. prodotta dalla corrente di indotto diventa particolarmente fitta e può essere semplicemente rappresentata da un'onda triangolare:



NOTA: Questa è la distribuzione della f.m.m. al traferro prodotta dall'avvolgimento di rotore, che dipende solo dalla corrente, dalle spire e dal numero di cave di rotore.

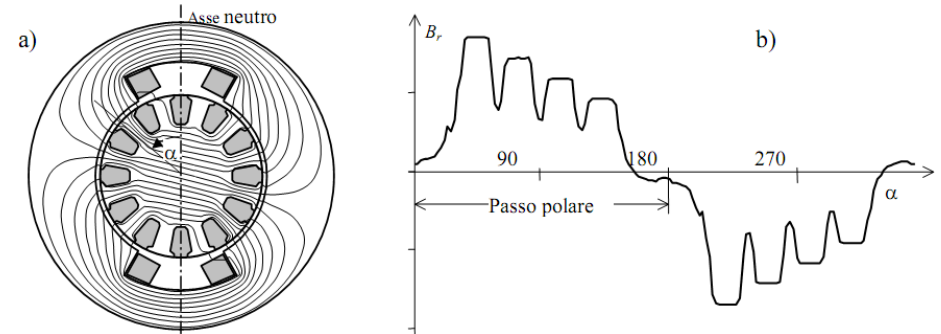
La distribuzione dell'induzione al traferro prodotta dall'avvolgimento di rotore dipende anche dalla lunghezza del traferro, che NON è costante.

Il diagramma si riferisce a una macchina a due poli: per macchine a più coppie polari, tale diagramma si ripete nell'arco dei 360° tante volte quante sono le coppie polari.

Campo magnetico risultante

Il campo magnetico risultante, in condizioni di linearità magnetica, può essere valutato sovrapponendo gli effetti delle due correnti, ovvero sommando punto a punto lungo il traferro le componenti radiali del campo di eccitazione e del campo di armatura.

L'effetto della contemporanea presenza di corrente nel circuito di eccitazione e nel circuito di indotto provoca una distorsione nella simmetria del campo:



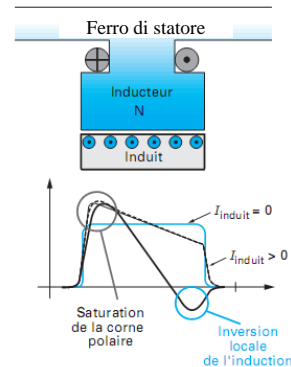
Campo magnetico risultante

In particolare, il campo magnetico sotto le espansioni polari non è più costante, ma tende a rafforzarsi sotto una metà di ciascun polo (nella zona "entrante", nel funzionamento da motore) e ad indebolirsi sotto l'altra metà.

Si noti che dove i campi vengono rafforzati ci possono essere fenomeni di saturazione magnetica.

Se le amperspire di rotore diventano maggiori di quelle di statore, si può avere l'inversione locale dell'induzione, come già evidenziato nella figura precedente.

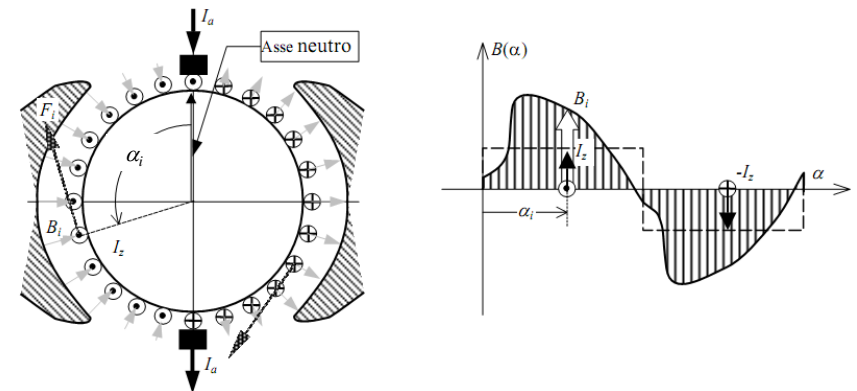
Vediamo ora come si produce la coppia in una macchina a 2 poli, ipotizzando ancora di avere i conduttori di rotore sulla sua superficie, in modo che la forza di Lorentz risulti agente su di essi.



Funzionamento della macchina come motore

Si assumono le seguenti convenzioni di segno:

- la corrente $I_z = I_a/2$ nei conduttori è positiva se uscente dal piano della sezione (contrassegno •);
- la componente radiale dell'induzione al traferro è positiva quando passa dal polo di statore al rotore.



Funzionamento della macchina come motore

Sia B_i il valore della distribuzione induzione al traferro in corrispondenza ad un generico conduttore in posizione α_i .

La forza elementare F_i che si esercita sul conduttore, è orientata tangenzialmente al rotore e vale in modulo:

$$F_i = B_i \cdot I_z \cdot l$$

dove l è la lunghezza attiva del conduttore.

Il momento della forza F_i rispetto all'asse di rotazione può essere scritto come:

$$M_i = F_i \cdot r = B_i \cdot I_z \cdot l \cdot r$$

dove r è il raggio del rotore.

Il verso della forza e del suo momento sono determinati in base alla regola della mano destra (prodotto vettoriale):

$$\vec{F}_i = I_z (\vec{l} \wedge \vec{B}_i)$$

25

Funzionamento della macchina come motore

Il valore del momento esercitato sul conduttore non è costante al variare della posizione angolare del conduttore: esso dipende dal valore locale B_i della componente radiale dell'induzione al traferro.

Durante un giro completo del rotore (tenuto conto che il valore medio dell'induzione tra 0 e π è uguale al valor medio assoluto dell'induzione tra π e 2π), il valore medio di tale momento risulta:

$$M_{i,medio} = B_{medio(0-\pi)} \cdot I_z \cdot l \cdot r = \frac{\Phi_u}{\pi r l} \cdot I_z \cdot l \cdot r = \frac{\Phi_u}{\pi} \cdot I_z \quad \text{per } p_p = 1$$

dove Φ_u è il flusso utile o flusso di macchina, che attraversa la sezione del rotore $\pi r l$.

La coppia media sviluppata dalla macchina a 2 poli è data da:

$$C_{media} = \sum_{i=1}^Z M_{i,medio} = \frac{Z}{\pi} \cdot \Phi_u \cdot I_z = \frac{Z}{2\pi} \cdot \Phi_u \cdot I_a \quad Z = n^\circ \text{ totale dei conduttori di rotore}$$

26

Funzionamento della macchina come motore

Nel caso generale in cui le **coppie polari** sono p_p (e i **poli** p), al posto del valore medio dell'induzione tra 0 e π , si considera il suo valore medio su un passo polare τ .

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = \frac{\pi}{p_p}$$

Durante un giro completo del rotore, il valore medio del momento esercitato sul conduttore risulta:

$$M_{i,medio} = B_{medio(\tau)} \cdot I_z \cdot l \cdot r = \frac{\Phi_u}{\pi r l / p_p} \cdot I_z \cdot l \cdot r = p_p \frac{\Phi_u}{\pi} \cdot I_z \quad \begin{array}{l} \text{per } p_p \\ \text{qualsiasi} \end{array}$$

dove Φ_u è il flusso utile che attraversa la sezione del rotore relativa a un passo polare $\pi r l / p_p$. Se l'avvolgimento di rotore è articolato in a **coppie di vie interne**, essendo I_a la corrente totale al rotore, la corrente nel singolo conduttore vale:

$$I_z = \frac{I_a}{2a}$$

27

Funzionamento della macchina come motore

Di conseguenza, la coppia media risulta:

$$C_{media} = \sum_{i=1}^Z M_{i,medio} = Z \cdot p_p \frac{\Phi_u}{\pi} \cdot I_z = Z \cdot p_p \frac{\Phi_u}{\pi} \cdot \frac{I_a}{2a}$$

Conglobando i dati di avvolgimento in una costante k , l'espressione precedente assume la seguente formulazione finale:

$$C_{media} = \frac{Z}{2\pi} \cdot \frac{p_p}{a} \cdot \Phi_u \cdot I_a \quad \rightarrow \quad C_{media} = k \cdot \Phi_u \cdot I_a$$

Questa equazione esprime il valore medio della coppia sviluppata dalla macchina su una rotazione completa. In realtà la coppia non è costante nell'arco di un giro completo del rotore, perché la coppia complessiva risulta dalla somma di contributi non costanti dovuti ai singoli conduttori.

28

Funzionamento della macchina come motore

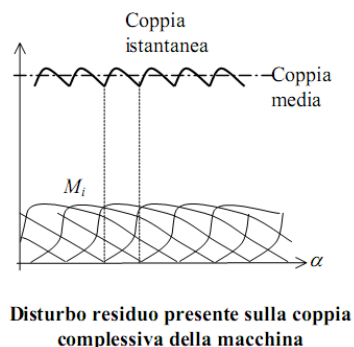
Fortunatamente, grazie allo sfasamento regolare di tali contributi, il disturbo totale presente è tanto più modesto quanto maggiore è il numero Z di conduttori disposti sulla periferia di indotto.

La frequenza di questo disturbo è proporzionale a Z .

In realtà, nelle macchine reali, i cui conduttori sono sistemati in cave, il contributo complessivo dato dai conduttori alla coppia media e il disturbo residuo illustrato in figura sono trascurabili.

Inoltre, la maggior parte dell'azione meccanica reale si esercita sul ferro dei denti.

Tuttavia, anche nelle macchine reali, si producono irregolarità sulla coppia istantanea prodotta dalla macchina.



29

Funzionamento della macchina come motore

Poiché il rotore è scanalato, la distribuzione della riluttanza al traferro del circuito magnetico della macchina risente delle variazioni di posizione reciproca tra espansioni polari (di statore) e aperture di cava (di rotore) durante il moto della macchina.

Queste variazioni di riluttanza producono un disturbo sulla coppia che è funzione non solo del numero complessivo delle cave, ma anche della loro apertura.

Per ridurre questo disturbo possono essere convenienti le seguenti opzioni costruttive:

- adozione di cave del tipo semi-chiuso (questa scelta ha l'effetto di aumentare l'induttanza di dispersione, che potrebbe provocare maggiori problemi riguardo la commutazione, come vedremo più avanti);
- idonea scelta del numero di cave;
- inclinazione delle cave rispetto all'asse di rotazione (in modo da graduare ed attenuare il transitorio di attacco o distacco tra bordo del dente e bordo dell'espansione polare).

30

Funzionamento della macchina come motore

Si osserva che il flusso utile Φ_u che compare nelle equazioni precedenti non è il flusso prodotto dalla sola corrente di eccitazione di induttore, ma è il flusso relativo alla distribuzione di induzione che si genera nella macchina a carico: esso dipende non solo dall'azione del circuito di eccitazione, ma anche dall'azione della corrente di armatura I_a (reazione di indotto).

Questa situazione si verifica in generale nelle macchine elettriche: rispetto alla condizione "a vuoto", la macchina tende a smagnetizzarsi quando è a carico, a meno che questa smagnetizzazione venga compensata in qualche modo (vedremo come).

Si osserva inoltre che, in generale, le amperspire di induttore devono essere maggiori rispetto a quelle di indotto, altrimenti si può verificare il fenomeno dell'inversione locale dell'induzione.

Di conseguenza, le perdite (e il riscaldamento) di statore saranno maggiori di quelle di rotore (tranne che per lo statore a magneti permanenti).

31

Funzionamento della macchina come motore

Nel seguito, per semplicità, ipotizzeremo che il flusso utile Φ_u che compare nelle equazioni precedenti corrisponda solo alla quota prodotta dall'avvolgimento di eccitazione e sia quindi indipendente dalla corrente di armatura.

In realtà, il legame tra il flusso utile e la corrente di eccitazione è generalmente non lineare, a causa della saturazione, in quanto il circuito magnetico di eccitazione è caratterizzato da traferri molto corti.

Aumentare il traferro significa aumentare le amperspire di eccitazione e, di conseguenza, le perdite per effetto Joule corrispondenti, perciò questo non è un metodo conveniente per compensare la reazione di indotto.

Si noti però che, proprio per questo motivo, nei motori in c.c. a magneti permanenti gli effetti della reazione di indotto sono molto deboli, in quanto il traferro effettivo (= traferro reale + lunghezza magnete) è più elevato rispetto ai motori in c.c. con statore avvolto.

32